



УДК66.071.7
ГРНТИ 81.31.11

СИНТЕЗ ДВУХУРОВНЕВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОМАССОБМЕНА В АДСОРБЕРЕ МОБИЛЬНЫХ ВОЗДУХОРАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ВЗАИМНО ПРОНИКАЮЩЕМ КОНТИНУУМЕ

*О.Н. ФИЛИМОНОВА, доктор технических наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
А.С. ВИКУЛИН
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
М.В. ЕНЮТИНА, кандидат технических наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
А.В. ИВАНОВ, кандидат технических наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

На основе классических представлений о гидродинамике и массообмене в пористом слое адсорбента предложена математическая модель адсорбции с учетом течения газа в адсорбере в виде начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных. Полученная система носит несопряженный характер, что позволяет решать сначала гидродинамическую подзадачу, а затем массообменную. Это существенно упрощает процедуру анализа уравнений математической модели.

Ключевые слова: адсорбция, адсорбент, математическая модель, гидродинамика, массообмен.

HEAT AND MASS TRANSFER TWO-LEVEL MATHEMATICAL MODEL SYNTHESIS IN THE ADSORBER OF MOBILE AIR DIVIDING UNITS BASED ON REPRESENTATIONS OF THE MUTUALLY PENETATING CONTINUUM

*O.N. FILIMONOVA, Doctor of Technical Sciences, Assistant Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
A.S. VIKULIN
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
M.V. ENYUTINA, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
A.V. IVANOV, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

A mathematical model of adsorption is proposed taking into account the gas flow in the adsorber as an initial boundary value problem for a system of partial differential equations based on classical concepts of hydrodynamics and mass transfer in the porous layer of the adsorbent. The resulting system is not conjugate in nature, which allows us to solve first hydrodynamic under the problem, and then mass transfer. This greatly simplifies the analysis of the equations of the mathematical model.

Keywords: adsorption, adsorbent, mathematical model, hydrodynamics, mass transfer.

Введение. Основным элементом воздуходелительных установок (ВРУ), осуществляющим очистку сжатого в компрессоре атмосферного воздуха, является блок адсорбционной очистки [1].



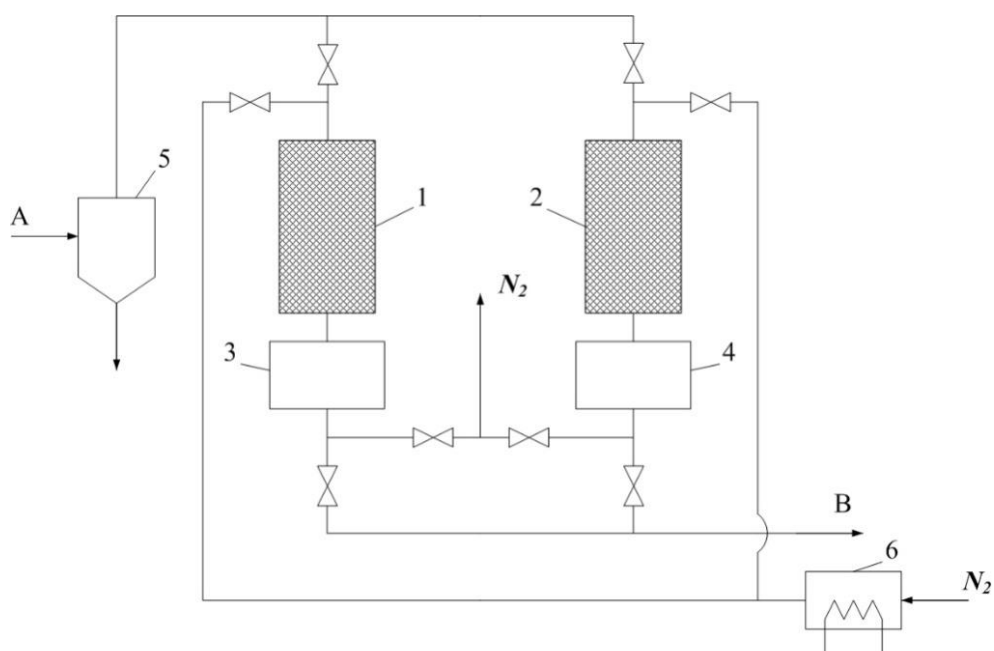
Известно [2], что в основе адсорбции лежит физическая сорбция, заключающаяся в поглощении газа адсорбентом с большим объемом микропор. В сухом атмосферном воздухе при нормальных термодинамических условиях содержатся следующие компоненты, от которых необходимо избавляться: аргон – $9300 \text{ см}^3/\text{м}^3$; диоксид углерода – $300 \text{ см}^3/\text{м}^3$; углеводороды – $2,03 \text{ см}^3/\text{м}^3$; метан – $1,5 \text{ см}^3/\text{м}^3$ [3]. Поэтому к выбору адсорбента предъявляются повышенные требования, заключающиеся в эффективном поглощении указанных выше составляющих компонентов атмосферного воздуха, включая влагу. Этому требованию отвечают гидратированные алюмосиликаты (цеолиты) [4], которые представляют собой мелкодисперсные кристаллы, многие из которых могут быть синтезированы.

Промышленность выпускает цеолиты с кристаллической решеткой трех типов А, X, Y (в зависимости от преобладающих катионов цеолиты обозначают NaA, KA и т.д.). Проблема состоит в том, чтобы выяснить способы повышения эффективности адсорбера в процессе очистки атмосферного воздуха перед поступлением его на криогенное ожижение.

Если очистку воздушного потока проводить недостаточно, то это приводит к отверждению углеводородных примесей и их накоплению в различных локализациях установки [5] с высокой вероятностью взрывопожароопасности.

Решение такой проблемы успешно может быть осуществлено только с помощью соответствующего инструментария в виде математической модели. Экспериментальный путь решения крайне затруднителен по причине непомерно высоких расходов временных и материальных ресурсов.

Актуальность. Применение Военно-воздушных сил как в военное, так и в мирное время требует использования сжиженных газов [6] для обеспечения дыхательными смесями экипажей и поддержания авиационной техники в исправном состоянии. Получение сжиженных газов осуществляется в мобильных ВРУ, для которых массо-габаритные характеристики являются определяющими при конструктивных решениях облика самой установки, отвечающими свойству компактности. В связи с этим на блок адсорбционной очистки атмосферного воздуха накладывается ограничение на использование полезного объема в топологии ВРУ, что приводит к некоторой неопределенности в короткоцикловой адсорбционной очистке в периодически работающих адсорбционных колоннах (рисунок 1).



1, 2 – адсорбер; 3, 4 – фильтр; 5 – масловолагоотделитель; 6 – теплообменник

Рисунок 1 – Схема адсорбционного блока очистки воздухоразделительной установки



Два адсорбера 1 и 2 попеременно работают в режиме адсорбции и десорбции. Время работы в каждом режиме не менее 6 часов. Воздух по линии А после компрессора проходит масло- влагоотделитель 5 и поступает в адсорбер 1 или 2. После адсорбера воздух проходит через фильтры 3 или 4 и поступает на ожижение по линии В. Для регенерации адсорбента адсорбер продувают нагретым в теплообменнике 6 азотом. В качестве адсорбента используют синтетические цеолиты NaA и NaX с диаметрами входных сечений пор $4 \cdot 10^{-10}$ м и $9 \cdot 10^{-10}$ м соответственно.

Цеолитовые адсорбенты относятся к классу молекулярных сит [7], и поэтому при разработке математической модели процесса адсорбционной очистки атмосферного воздуха необходимо учитывать массообмен не только на макро-, но и на микроуровне [8], то есть математическая модель должна быть двухуровневой. При этом основная гипотеза состоит в том, что для увеличения эффективности адсорбционной очистки необходимо применять комбинированные адсорбенты с разными диаметрами пор.

Для проверки этой гипотезы необходимо провести синтез математической модели, на основе которой в дальнейшем осуществить ряд вычислительных экспериментов и по их результатам подтвердить или опровергнуть принятую гипотезу.

Математическая модель. Для описания макрогидродинамики воспользуемся фундаментальными представлениями о явлениях переноса в пористых средах [9]. Заметим, что физическая модель пористых сред (в нашем случае всего слоя адсорбента), как правило, представляется в виде плотной упаковки сфер [10], пустоты которой соединены между собой и плотно заполнены несущей средой, причем присутствуют только две фазы – газ и пористая недеформируемая матрица. Известно, что макрогидродинамика пористого слоя описывается обобщенной феноменологической моделью Дарси-Бринкмана-Форчхеймера в форме Ксу-Ченга [11]:

уравнение неразрывности

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0; \quad (1)$$

уравнение движения

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon} (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} \right] = \rho_f \bar{g} - \nabla p + \mu_f \nabla^2 \bar{v} - \left[\mu_f \frac{\bar{v}}{K} + \rho_f b \frac{|\bar{v}| \bar{v}}{\sqrt{K}} \right], \quad (2)$$

где τ – время; ρ_f, μ_f – плотность и динамическая вязкость несущей среды; ε – пористость пористой матрицы; \bar{v} – вектор скорости жидкости; \bar{g} – вектор ускорения свободного падения; p – давление.

Проницаемость пористой среды определяется из модифицированного соотношения Коze- ни-Кармана [11]

$$K = \varepsilon^3 d_p^2 / [150 \cdot (1 - \varepsilon)], \quad (3)$$

фактор трения Форчхеймера равен

$$b \approx 0,0117 d_p / (1 - \varepsilon), \quad (4)$$

где d_p – среднечисленный диаметр сферических частиц пористой матрицы.

Будем считать, что процесс адсорбции является квазиизотермическим, поэтому влиянием макрогидродинамики на теплоту адсорбции и наоборот пренебрежем.



Ввиду того, что адсорбционные колонки цилиндрической формы (рисунок 2), то для описания всех балансов воспользуемся цилиндрической системой координат, обозначив через r_0 и h радиус и высоту адсорбционной колонки, а через v_0 – скорость газа на входе.

Вначале рассмотрим баланс для поглощенного вещества. Пусть ∂V – элементарный объем, выделенный в адсорбционной колонке, тогда объем, занимаемый поглотителем, есть $(1 - \varepsilon)\partial V$, а объем газа, содержащего поглощаемое вещество $\varepsilon\partial V$.

По мере прохождения через слой поглотителя содержание поглощаемого вещества в газовом потоке уменьшается. Это уменьшение за время $\partial\tau$ равно разности между количеством поглощаемого вещества, внесенным за это время в элементарный объем газовым потоком – $(\bar{v} \cdot \nabla)c\partial\tau\partial V$, где c – концентрация поглощаемого вещества; и количеством адсорбированного вещества в рассматриваемом элементарном объеме $\frac{\partial a}{\partial\tau}\partial\tau\partial V$, где a – количество адсорбированного вещества.

При этом изменение содержания поглощаемого вещества в объеме газа есть $\varepsilon \frac{\partial a}{\partial\tau}\partial\tau\partial V$.

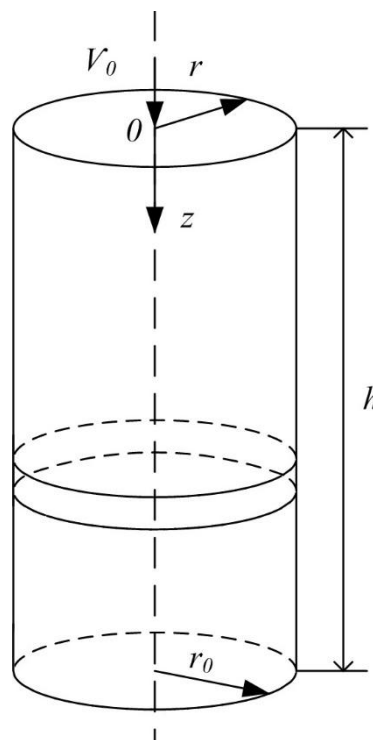


Рисунок 2 – Расчетная схема адсорбционной колонки

Тогда

$$-(\bar{v} \cdot \nabla)c - \frac{\partial a}{\partial\tau} = \varepsilon \frac{\partial c}{\partial\tau}. \quad (5)$$

Уравнение (5) дополняется уравнением кинетики сорбции

$$\frac{\partial a}{\partial\tau} = \beta(c - c_p), \quad (6)$$



где β – коэффициент массоотдачи, показывающий какое количество вещества передается из газового потока адсорбенту; c_p – равновесная концентрация вещества в адсорбенте, находящаяся в равновесии с поглощаемым веществом;
и уравнением изотермы адсорбции

$$a = \varphi(c_p). \quad (7)$$

Проведем физическую линеаризацию полученной математической модели (1)–(7), то есть будем считать течение газа через адсорбер однонаправленным, инерционные эффекты при падении давления в пористом слое незначительными, тогда из (1)–(7) получим

$$v_0 \frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{dP}{dz} + \mu_f \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) - \frac{\mu_z}{K} v_z; \quad (8)$$

$$K = \varepsilon^3 d_p^2 / [150 \cdot (1 - \varepsilon)]; \quad (9)$$

$$\varepsilon \frac{\partial c}{\partial \tau} + v_z \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial a}{\partial \tau} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \beta(c - c_p); \quad (11)$$

$$a = \varphi(c_p), \quad (12)$$

причем $dP/dz = const$.

К системе (8)–(12) необходимо добавить начальные и граничные условия:

$$v_z(r, 0) = v_0; \quad v_z(r_0, z) = 0; \quad \frac{\partial v_z(0, z)}{\partial r} = 0; \quad (13)$$

$$c(0, \tau) = c_0; \quad c(z, 0) = 0; \quad a(0) = 0. \quad (14)$$

Окончательная форма записи математической модели (8)–(14) представлена в критериальном виде:

$$\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{dP}{dX} + \frac{\varepsilon}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \right) - \frac{\varepsilon U}{Re Da}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} + U \cdot Re \frac{\partial C}{\partial Z} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial A}{\partial \theta} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = Nu \cdot Sc(C - C_p); \quad (17)$$

$$A = F(C_p); \quad (18)$$

$$U(R, 0) = 1; \quad U(1, Z) = \partial U(0, Z) / \partial R = 0; \quad (19)$$



$$C(0, \theta) = 1; C(Z, 0) = A(0) = 0, \quad (20)$$

где $\theta = \tau v / r_0^2$; $R = r / r_0$; $Z = z / r_0$; $P = \varepsilon^2 p / (\rho_f v_0^2)$; $Re = v_0 r_0 / \nu$; $C = c / c_0$; $A = a / c_0$; $Nu = r_0^2 \beta / D$ – массообменное число Нуссельта; $Sc = \nu / D$ – число Шмидта; ν – коэффициент кинематической вязкости газа; D – коэффициент диффузии примеси в адсорбенте.

Выводы. Синтезированная двухуровневая математическая модель тепломассообмена позволяет оценивать динамику адсорбции в адсорбенте как в макромасштабе, так и внутри зерен адсорбента, что способствует повышению эффективности адсорбера в процессе очистки атмосферного воздуха воздухоразделительных установок за счет выбора многокомпонентного слоя адсорбционной колонки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Криогенные системы / А.М. Архаров и др. М.: Машиностроение, 1996. Т. 1. 576 с.
2. Ruthven D.m., Faroog S., Knaebel K.S. Pressure swing ad sorption. New York: VCh Publishers, Inc., 1994. 352 p.
3. Баррон Р.Ф. Криогенные системы. М.: Энергоиздат, 1989. 408 с.
4. Rodrigues A.E., Levan m.D. tonde ur D. Adsorption: science and technology. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1989. 591 p.
5. Глизманенко Д.Л. Получение кислорода. М.: Химия, 1972. 752 с.
6. Пантюхов А.П., Соколов Ю.А. Авиационная медицина. Минск: БГМУ, 2013. 355 с.
7. Ягодковский В.Д. Адсорбция. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 219 с.
8. Franse V.V. Adsorption and diffusion in zeolites: a computational study. Amsterdam: Ponsen&Looijen B.V, 2000. 127 p.
9. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. New York: Springer, 2006. 654 p.
10. Bear J., Bachmat Y. Introduction to modeling of transport phenomena in porous media. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991. 554 p.
11. Vafai K. Handbook of porous media. New York: CRC Press Taylor&Francis Group, 2005. 742 p.

REFERENCES

1. Kriogennye sistemy / A.M. Arharov i dr. M.: Mashinostroenie, 1996. T. 1. 576 p.
2. Ruthven D.M., Faroog S., Knaebel K.S. Pressure swing ad sorption. New York: VCH Publishers, Inc., 1994. 352 p.
3. Barron R.F. Kriogennye sistemy. M.: `Energoizdat, 1989. 408 p.
4. Rodrigues A.E., Levan M.D. Tondeur D. Adsorption: science and technology. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1989. 591 p.
5. Glizmanenko D.L. Poluchenie kisloroda. M.: Himiya, 1972. 752 p.
6. Pantyuhov A.P., Sokolov Yu.A. Aviacionnaya medicina. Minsk: BGMU, 2013. 355 s.
7. Yagodovskij V.D. Adsorbciya. M.: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2015. 219 p.
8. Franse V.V. Adsorption and diffusion in zeolites: a computational study. Amsterdam: Ponsen&Looijen B.V, 2000. 127 p.
9. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. New York: Springer, 2006. 654 p.
10. Bear J., Bachmat Y. Introduction to modeling of transport phenomena in porous media. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991. 554 p.
11. Vafai K. Handbook of porous media. New York: CRC Press Taylor&Francis Group, 2005. 742 p.

© Филимонова О.Н., Викулин А.С., Енютина М.В., Иванов А.В., 2019



Филимонова Ольга Николаевна, доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник 22 отдела научно-исследовательского 2 научно-исследовательского управления научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, olga270757@gambler.ru.

Викулин Андрей Сергеевич, адъюнкт 22 отдела научно-исследовательского 2 научно-исследовательского управления научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, mmiler5472@yandex.ru.

Енютина Марина Викторовна, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник 21 отдела научно-исследовательского 2 управления научно-исследовательского научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, maryena63@mail.ru.

Иванов Алексей Владимирович, кандидат технических наук, доцент, начальник 2 управления научно-исследовательского научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, alexey-khorvat@yandex.ru.