УДК 519.85
ГРНТИ 28.17.23

МАТРИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ SIMULINK МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ СРЕДСТВ НАЗЕМНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ОБЩЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

А.А. ЖУРАВЛЕВ, кандидат технических наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
С.А. ГАРШИН
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
М.Л.ФЕДЮНИН, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

В статье приведена динамическая модель Simulink, позволяющая получать оценки температур на выходе из теплообменника в режиме реального времени. Это дает возможность исследовать динамику процесса и синтезировать систему управления технологическим процессом тепломассообмена, протекающего в специальном оборудовании газодобывающих и теплотехнических средств. Технико-экономические показатели процесса теплообмена можно оценить, варьируя параметры описанной математической модели. Детальное изучение явлений тепломассопереноса в элементах воздухоразделительных установок с использованием матричных динамических Simulink моделей является одним из выходов, который обеспечит надежность и совершенствование технологий изготовления.

Ключевые слова: тепломассообменные процессы, модель идеального смещения, модель идеального вытеснения, система идеальных реакторов, графическая среда MathWorks Simulink™.

MATRIX DYNAMIC SIMULINK MODELS OF THE GENERAL USE GROUND SUPPORT TECHNOLOGICAL SYSTEMS ELEMENTS

A.A. ZHURAVLEV, Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
S.A. GARSHIN
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
M.L. FEDYUNIN, Candidate of Technical Sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

The article presents Simulink dynamic model, which allows to obtain estimates of the temperature at the exit of the heat exchanger in real time. This makes it possible to investigate the dynamics of the process and synthesize the process control system of heat and mass transfer flowing in the special equipment of gas production and heat engineering means. Technical and economic indicators of the heat exchange process can be estimated by varying the parameters of the described mathematical model. A detailed study of the phenomena of heat and mass transfer in the elements of air separation plants using matrix dynamic Simulink models is one of the outputs that will ensure reliability and improvement of manufacturing techniques.

Keywords: heat and mass transfer processes, model of ideal displacement, model of ideal extrusions, system of ideal reactors, MathWorks Simulink™ graphic environment.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение. Разделение воздуха на компоненты является одним из важнейших процессов, эффективность которого определяет уровень предметно-ориентированных приложений, включая авиакосмическую составляющую. На сегодняшний день для этого общепризнано применение ректификационного метода, для которого необходимо создание криогенных температур, при которых происходит сжижения азота и кислорода. Несмотря на простую реализацию охлаждения по одному из холодильных циклов, до сих пор не удалось провести параметрическую оптимизацию всей воздухоразделительной установки в целом. Актуальность этой задачи еще более повышается из-за необходимости производить для военных нужд большие объемы сжиженных компонентов воздуха. Простое масштабирование малопроизводительных воздухоразделительных установок пока не дало ощутимого результата. Поэтому детальное изучение взаимосвязанных явлений тепломассопереноса в элементах воздухоразделительных установок является одним из выходов из создавшейся ситуации наряду с совершенствованием технологий изготовления, также обеспечивающих их надежность. На этом пути возникают трудности, связанные с построением единой теории теплопереноса в гетерогенных средах в условиях низких температур, что пока не дает возможности уверенно приступить к алгоритмизации параметрической оптимизации воздухоразделительных установок. Основной сложностью остается выявление гидротермических закономерностей в газожидкостных, в том числе и криогенных потоках в условиях фазовых переходов (испарение и конденсация).

Актуальность. Основным способом изучения закономерностей технологических тепломассообменных процессов, протекающих в оборудовании средств наземного обслуживания общего применения, является проведение натурного эксперимента. Во многих случаях его проведение вызывает ряд непреодолимых трудностей, связанных с его стоимостью, возможностью технической реализации контроля параметров и т.д. В связи с этим разработка адекватных и корректных математических моделей технологических процессов, позволяющих заменить проведение натурного эксперимента, является актуальной задачей.

Ввиду простоты исследования и математического моделирования на практике получили распространение идеальные модели структуры потоков: модели идеального смешения (описывают изменение концентрации, температуры и т.п. в аппаратах с интенсивным перемешиванием), модели идеального вытеснения (описывают изменение концентрации, температуры и т.п. при поршневом движении среды через аппарат), ячеечные и другие [1–3]. Математические модели таких аппаратов получили названия реакторов идеального смешения (РИС), реакторов идеального вытеснения (РИВ) и т.д.

Для компьютерного моделирования технологических процессов широко используется интерактивная графическая среда имитационного моделирования MathWorks Simulink™, позволяющая при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов строить динамические модели, включая дискретные, непрерывные и гибридные, нелинейные и с сингулярностями [4]. При этом необходим перевод уравнений, описывающих технологический процесс, в набор блоков среды визуального программирования Simulink™. В случае систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) используется блок интегрирования входного сигнала и библиотека численных методов MathWorks™, а также методика представления ОДУ или системы ОДУ в виде структурной модели Simulink™ [5, 6]. В случае дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), которыми описываются, например, потоки идеального вытеснения, уравнение теплопроводности и т.п., возникает проблема приведения ДУЧП к уравнению или системе ОДУ. Один из подходов, используемых при переходе от ДУЧП к ОДУ, заключается в применении интегральных преобразований, например, Фурье, Лапласа [7, 8] и избавлении от производных по пространственной координате. Получить решения таких уравнений не всегда возможно в аналитическом виде, а также затруднено осуществление прямых и обратных интегральных преобразований средствами MathWorks Simulink™ для произвольного входного сигнала. Другой подход заключается в использовании численных методов решения ДУЧП (конечных элементов, конечных разностей и т.д.) и интегрировании

СОДЕРЖАНИЕ

программных блоков в структурную модель MathWorks Simulink™ с помощью пользовательских функций, реализованных на языках программирования как MathWorks™, так и универсальных типа C++ [9]. В этом случае возможна реализация всего арсенала имеющихся средств численного решения ДУЧП, однако любая модификация модели объекта влечёт за собой необходимость в изменении кода функции и его отладки, нарушая тем самым объектно-ориентированный принцип MathWorks Simulink™ разделения внутренней структуры и интерфейса модели. Один из подходов основан на дискретизации только пространственной переменной методом конечных разностей, при этом непрерывные производные по времени остаются и ДУЧП представляется в виде задачи Коши для системы ОДУ [10]. Реализация каждого уравнения системы ОДУ приводит к довольно громоздким структурным моделям в MathWorks Simulink™ и актуально компактное представление таких систем в матричном виде [11]. В этом случае необходимо заменить разложение производных по пространственной координате матричными уравнениями [12]. В [13] показано такое представление для MathWorks Simulink™ одномерного уравнения теплопроводности.

Таким образом, актуальной задачей является разработка способа представления типовых идеальных реакторов с помощью матричных обыкновенных дифференциальных уравнений (МОДУ) и реализация с их помощью структурных моделей в MathWorks Simulink™.

Методика. Для синтеза матричной динамической модели типового идеального реактора необходимо выполнить следующую последовательность действий.

1. Выбрать модель идеального реактора, подходящего для описания структуры потока в технологическом оборудовании. Этот вопрос подробно рассмотрен в отраслевой литературе, например в [1–3].

2. Составить соответствующее ему дифференциальное уравнение. В результате чего для каждого идеального реактора получается одно или семейство ОДУ или ДУЧП с соответствующими начальными и граничными условиями.

3. Разрешить полученное уравнение или их множество относительно старшей производной по времени.

4. В случае наличия пространственных производных осуществить их дискретизацию в соответствии с принятой формой конечно-разностной аппроксимации.

5. Заменить каждое ДУЧП множеством ОДУ, используя замену частных производных по пространственной переменной соответствующим матричным уравнением. Например, замена первой производной температуры $\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$ осуществляется следующим образом:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \approx \begin{cases} \frac{T_1(t)-T_0(t)}{\Delta x}, \\ \ldots \\ \frac{T_i(t)-T_{i-1}(t)}{\Delta x} \\ \ldots \\ \frac{T_L(t)-T_{L-1}(t)}{\Delta x}, \end{cases} \approx \mathbf{AT}(t)+\mathbf{C}(t), \tag{1}$$

СОДЕРЖАНИЕ

где $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & \dots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица разложения первой производной,

$\mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} T_0(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ – вектор, задающий граничное условие.

Вторая производная может быть задана как:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \approx \begin{cases} \dfrac{T_0(t) - 2T_1(t) + T_2(t)}{\Delta x^2}, \\ \dots \\ \dfrac{T_{i-1}(t) - 2T_i(t) + T_{i+1}(t)}{\Delta x^2} \\ \dots \\ \dfrac{T_{L-2}(t) - 2T_{L-1}(t) + T_L(t)}{\Delta x^2}, \end{cases} \approx \mathbf{AT}(t) + \mathbf{C}(t), \qquad (2)$$

где $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ – матрица разложения второй производной,

$\mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} T_0(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_L(t) \end{pmatrix}$ – вектор, задающий граничные условия.

6. После этого в соответствии с методикой, описанной в [5], составить структурную схему модели идеального реактора в виде блоков MathWorks Simulink™, решающих МОДУ с учетом того, что сигналы, передаваемые от блока к блоку, представляют собой векторы и матрицы, а соответствующие операции умножения будут выполняться по правилам матричного умножения. При этом интегрирование производных по времени будет выполняться численными методами из библиотеки MathWorks Simulink™.

СОДЕРЖАНИЕ

7. Задать параметры модели, характеризующие гидродинамику потоков, геометрию моделей идеальных реакторов и теплофизические свойства технологических сред.

8. Создать входные и выходные потоки для построения моделей технологического оборудования в виде системы идеальных реакторов и дополнительных подсистем при необходимости.

9. Оформить модель реактора в виде подсистемы в формате MathWorks Simulink™.

Вычислительный эксперимент. Рассмотрим процесс синтеза динамической матричной математической модели на примере основного теплообменника (ОТ) мобильной азотокислорододобывающей станции типа АКДС-70М. ОТ представляет собой кожухотрубчатый теплообменник. В основу математической модели положены балансовые соотношения для тепловых потоков от отбросного потока к стенке воздушной трубы, теплопередачи через стенку, затем к воздуху. Изменение температуры по пространственной координате не учитывается для стенки корпуса и теплоизоляции, межтрубное пространство для отбросного потока рассматривается как реактор идеального смешения (РИС), а трубное пространство для сжатого воздуха - как реактор идеального вытеснения (РИВ). Структура потоков представлена на рисунке 1.

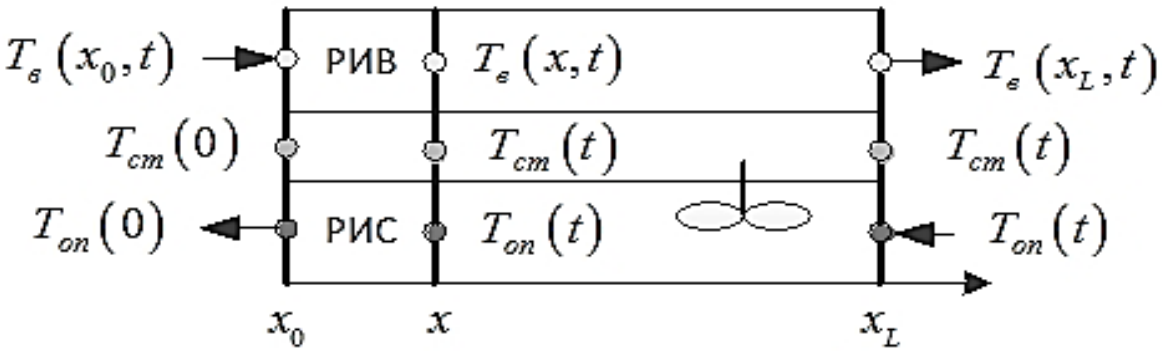

Рисунок 1 – Структура тепловых потоков от отбросного потока к стенке воздушной трубы

Математическая модель охладителя в таком случае опишется системой скалярных и матричных ОДУ:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{T}_в(t)}{dt} = -\dfrac{\upsilon_в}{\Delta x S_в}\left[\mathbf{A}\mathbf{T}(t)+\mathbf{C}(t)\right]+\dfrac{F_в K_{Tв}}{V_в \rho_в C_{Pв}}\left[T_{ст}(t)-\mathbf{T}_в(t)\right], \\ \dfrac{dT_{оп}(t)}{dt} = \dfrac{\upsilon_{оп}}{V_{оп}}\left[T_{оп}^{вх}-T_{оп}(t)\right]+\dfrac{F_{оп}K_{Tоп}}{V_{оп}\rho_{оп}C_{Pоп}}\left[T_{ст}(t)-T_{оп}(t)\right], \\ \dfrac{dT_{ст}(t)}{dt} = \dfrac{F_в K_{Tв}}{m_{ст}C_{Pст}}\left[\dfrac{1}{L}\sum_{i=1}^{N}T_{вi}(t)\Delta x - T_{ст}(t)\right]-\dfrac{F_{оп}K_{Tоп}}{m_{ст}C_{Pст}}\left[T_{ст}(t)-T_{оп}(t)\right], \\ \mathbf{T}_в(0)=\mathbf{T}_{в0},\ T_c(0)=T_{c0},\ T_{ст}(0)=T_{ст0}, \end{cases} \quad (3)$$

с параметрами: теплоёмкость воздуха, $C_{Pв}$, теплоёмкость стенки, $C_{Pст}$, теплоёмкость отбросного потока, $C_{Pоп}$, площадь теплообмена воздух – стенка $F_в$, площадь теплообмена отбросной поток – стенка $F_{оп}$, масса стенки $m_{ст}$, площадь поперечного сечения внутри канала $S_в$, коэффициент теплопроводности стенки $\lambda_{ст}$, плотность материала стенки (медь) $\rho_м$, плотность воздуха $\rho_в$, плотность отбросного потока ρ_c, коэффициент теплоотдачи от воздуха к стенке $\alpha_в$, коэффициент теплоотдачи от отбросного потока к стенке α_c, коэффициент теплопередачи от

СОДЕРЖАНИЕ

отбросного потока к центру стенки $K_{Tc} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_c} + \dfrac{\delta_{cm}}{2\lambda_{cm}}}$, коэффициент теплопередачи от воздуха к центру стенки $K_{Tв} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_в} + \dfrac{\delta_{cm}}{2\lambda_{cm}}}$, шаг дискретизации Δx, число элементов дискретизации по длине N, толщина стенки, δ_{cm}, длина канала L, объемный расход воздуха $\upsilon_в$, объемный расход отбросного потока υ_c, начальная температура воздуха $\mathbf{T}_{0в}$, начальная температура отбросного потока $T_{0оп}$, начальная температура стенки T_{0cm}, объем зоны РИВ $V_в$, объем отбросного потока в РИС $V_{оп}$.

Выводы. Разработанная с помощью данного подхода динамическая модель MathWorks Simulink™ позволяет получать оценки температур на выходе из теплообменника в режиме реального времени, что дает возможность исследовать динамику процесса и синтезировать систему управления. Также возможны оценки распределения температуры как по времени, так и по длине поверхности теплообмена. Кроме того, варьируя параметры математической модели, можно оценить их влияние на технико-экономические показатели процесса. Например, при изменении материала, из которого изготовлены элементы теплообменника, можно изменять экономические показатели, а также прогнозировать при этом изменение динамических характеристик процесса. Масштабирование малопроизводительных воздухоразделительных установок не дало результата. Поэтому решение задачи о получении больших объемов сжиженных компонентов воздуха необходима для военных нужд. Изучение явлений тепломассопереноса в воздухоразделительных установках является в создавшейся ситуации выходом, наряду с совершенствованием технологий изготовления, также обеспечивающих их надежность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии. // М.: Наука, 1976. 500 с.

2. Дворецкий С.И. Основы математического моделирования и оптимизации процессов и систем очистки и регенерации воздуха: учебное пособие / С.И. Дворецкий, С.В. Матвеев, С.Б. Путин, Е.Н. Туголуков. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. 324 с.

3. Битюков В.К., Тихомиров С.Г., Подкопаева С.В., Хромых Е.А., Хаустов И.А., Хвостов А.А. Математическое моделирование объектов управления в химической промышленности (теория и практика); Воронеж. гос. ун-т инж. технол. Воронеж: ВГУИТ, 2011. 196 с.

4. MathWorks [официальный сайт]. Режим доступа: http://matlab.ru/ (дата обращения: 02.10.2017).

5. Herman R. Solving Differential Equations Using SIMULINK. Published by R. L. Herman, July 2016. P. 259–268.

6. Michael A. Gray Introduction to the Simulation of Dynamics Using Simulink, Chapman & Hall/CRC Press, 2011. ISBN 978-1138114708. P. 125–129.

7. Dean G. Duffy Transform Methods for Solving Partial Differential Equations, Second Edition CRC Press, 2004. ISBN: 9781420035148. P. 98–107.

8. M.W. Wong Partial Differential Equations: Topics in Fourier Analysis CRC Press, 2013. ISBN-13: 978-1466584013. P. 23–30.

9. Ozana, Stepan & Pies, Martin. (2017). Using Simulink S-Functions with Finite Difference Method Applied for Heat Exchangers. Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on SYSTEMS. ISSN: 1790-2769. P. 156–165.

10. Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование. М.: Высшая школа, 1990. 544 с.

11. Randall J. LeVeque Finite Difference Methods For Ordinary and Partial Differential Equations, University of Washington, published by the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. ISBN 978-0898716290. P. 238–241.

12. Cleve Moler Numerical Computing with MATLAB, published by Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004. ISBN: 9780898716603. P. 174–179.

13. A Guide to MATLAB: For Beginners and Experienced Users Brian R. Hunt, Ronald L. Lipsman, Jonathan M. Rosenberg, Kevin R. Coombes, John E. Osborn, Garrett J. Stuck / Cambridge University Press, 2006 г. ISBN-13: 978-1107662223. P. 104–112.

REFERENCES

1. Kafarov V.V., Dorohov I.N. Sistemnyj analiz processov himicheskoj tehnologii. Osnovy strategii. // M.: Nauka, 1976. 500 p.

2. Dvoreckij S.I. Osnovy matematicheskogo modelirovaniya i optimizacii processov i sistem ochistki i regeneracii vozduha: uchebnoe posobie / S.I. Dvoreckij, S.V. Matveev, S.B. Putin, E.N. Tugolukov. Tambov: Izd-vo Tamb. gos. tehn. un-ta, 2008. 324 p.

3. Bityukov V.K., Tihomirov S.G., Podkopaeva S.V., Hromyh E.A., Haustov I.A., Hvostov A.A. Matematicheskoe modelirovanie ob`ektov upravleniya v himicheskoj promyshlennosti (teoriya i praktika); Voronezh. gos. un-t inzh. tehnol. Voronezh: VGUIT, 2011. 196 p.

4. MathWorks [oficial'nyj sajt]. Rezhim dostupa: http://matlab.ru/ (data obrascheniya: 02.10.2017).

5. Herman R. Solving Differential Equations Using SIMULINK. Published by R. L. Herman, July 2016. pp. 259–268.

6. Michael A. Gray Introduction to the Simulation of Dynamics Using Simulink, Chapman & Hall/CRC Press, 2011. ISBN 978-1138114708. pp. 125–129.

7. Dean G. Duffy Transform Methods for Solving Partial Differential Equations, Second Edition CRC Press, 2004. ISBN: 9781420035148. pp. 98–107.

8. M.W. Wong Partial Differential Equations: Topics in Fourier Analysis CRC Press, 2013. ISBN-13: 978-1466584013. pp. 23–30.

9. Ozana, Stepan & Pies, Martin. (2017). Using Simulink S-Functions with Finite Difference Method Applied for Heat Exchangers. Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on SYSTEMS. ISSN: 1790-2769. pp. 156–165.

10. Boglaev Yu.P. Vychislitel'naya matematika i programmirovanie. M.: Vysshaya shkola, 1990. 544 p.

11. Randall J. LeVeque Finite Difference Methods For Ordinary and Partial Differential Equations, University of Washington, published by the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. ISBN 978-0898716290. pp. 238–241.

12. Cleve Moler Numerical Computing with MATLAB, published by Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004. ISBN: 9780898716603. pp. 174–179.

13. A Guide to MATLAB: For Beginners and Experienced Users Brian R. Hunt, Ronald L. Lipsman, Jonathan M. Rosenberg, Kevin R. Coombes, John E. Osborn, Garrett J. Stuck / Cambridge University Press, 2006 g. ISBN-13: 978-1107662223. pp. 104–112.

© Журавлев А.А., Гаршин С. А., Федюнин М. Л., 2018

Журавлев Алексей Александрович, кандидат технических наук, доцент, научный сотрудник 22 научно-исследовательского отдела 2 научно-исследовательского управления научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией ВВС), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил

СОДЕРЖАНИЕ

«Военно-воздушная академия имени профессор Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, zhuraa1@rambler.ru.

Гаршин Сергей Александрович, старший научный сотрудник 21 научно-исследовательского отдела 2 научно-исследовательского управления научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией ВВС), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессор Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, garis@mail.ru.

Федюнин Максим Леонидович, кандидат технических наук, заместитель начальника 24 научно-исследовательского отдела 2 научно-исследовательского управления научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией ВВС), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессор Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, nobodi1@yandex.ru.