УДК 621.396.67.01
ГРНТИ 78.25.13

МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ ВО ВНЕШНЕМ НЕСТАЦИОНАРНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

О.Э. РАЗИНЬКОВА, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Выполнен обзор принципов построения моделей идеально проводящих объектов с осевой симметрией для анализа закономерностей возбуждения нестационарными волновыми процессами. С использованием определений электродинамических потенциалов при контроле условия Зоммерфельда для излучения электрического поля на бесконечности и условия обращения в нуль его амплитуды на нулевой частоте спектра получены интегральные уравнения с пространственно-временными дифференциальными операторами для гармоник Фурье продольных и азимутальных составляющих поверхностных токов. В интересах сокращения времени для частичного обращения операторов интегральных уравнений выполнены ключевые переходы к задачам возбуждения токов при малых электрических размерах поперечных сечений проводников.

Ключевые слова: идеально проводящий объект с осевой симметрией, радиоимпульс, интегральное уравнение с пространственно-временным дифференциальным оператором, комплексный ряд Фурье, пространственно-временное распределение азимутальных гармоник поверхностных токов.

MODELS OF IDEAL CONDUCTORS WITH AXIAL SYMMETRY IN AN EXTERNAL NON-STATIONARY ELECTROMAGNETIC FIELD

O.E. RAZINKOVA, Candidate of Technical sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

A review of the ideally conducting objects with axial symmetry constructing models principles is performed to analyze the laws of excitation by non-stationary wave processes. Integral equations with space-time differential operators for the Fourier harmonics of the surface currents longitudinal and azimuthal components are obtained using the definitions of electrodynamic potentials when controlling the Sommerfeld condition for the emission of an electric field at infinity and the condition for its amplitude to zero at the zero frequency of the spectrum. The key transitions to the conductor's cross-sections currents at small electrical dimensions excitation problems are performed in the interests of reducing the time for partial inversion of the integral equations operators.

Keywords: ideally conducting object with axial symmetry, radio pulse, integral equation with a space-time differential operator, complex Fourier series, surface currents azimuthal harmonics space-time distribution.

Введение. Комплекс мероприятий по повышению устойчивости и надежности функционирования сетей радиосвязи включает в себя разработку антенных систем радиоцентров, обеспечивающих одновременную (параллельную) передачу сообщений по радиоканалам [1, 2]. Ввиду того, что радиоцентры содержат в своем составе большое количество компактно размещенных радиоэлектронных средств с общими или перекрывающимися по значениям секторами углов и диапазонами рабочих частот, технический

СОДЕРЖАНИЕ

облик антенн находится на основе компромиссного выбора характеристик излучения и рассеяния радиоволн [1, 3]. Стабильность сеансов радиосвязи достигается при превышении уровней сигналов над спектральными плотностями мощности собственных шумов приемных устройств, определенном штатными условиями работы радиоцентров, за счет пространственно-частотной избирательности передачи-приема и усиления в антенных системах. Рассеивающие свойства антенн определяют возможности компоновки приемопередающей аппаратуры на площади ограниченных размеров при обеспечении электромагнитной развязки по вторичному излучению полей и минимизации эффектов экранирования рабочих зон [4, 5]. Уменьшение размеров антенных систем приводит к повышению боковых лепестков их диаграмм направленности и снижению коэффициентов направленного действия, обусловливая сужение областей пространства, обслуживаемых радиоцентрами; чрезмерное увеличение участков для размещения антенн является экономически неэффективным ввиду сокращения объема аппаратуры, которая подлежит размещению в составе радиоцентра [1].

Для обеспечения благоприятных условий и функционирования сетей радиосвязи требуется поиск рациональных вариантов исполнения антенн и несущих конструкций, а также их компоновки в составе радиоцентров.

К числу факторов, подлежащих учету при проектировании антенных систем, применяемых в радиосвязи, относятся [2, 6]:

- высокая интенсивность потока радиоизлучений при малом частотном интервале между выделенными каналами информационного обмена в профессиональных сетях радиосвязи;
- малое время излучения радиосигналов на одной частоте, обусловленное реализацией режимов коллективного использования и программной (псевдослучайной) перестройки рабочих частот.

Показатели эффективности передачи-приема сигналов и характеристики электромагнитных связей между радиоэлектронными средствами через вторичное электромагнитное излучение [4, 5] оказываются зависимыми от условий возбуждения антенн и несущих конструкций, которое при кратковременных воздействиях полей сторонних источников с определенным набором частотно-временных параметров, как правило, является нестационарным [7, 8]. Переходные процессы формирования токов антенных систем [7] определяют необходимость исследования закономерностей передачи-приема и рассеяния радиосигналов с учетом вида, параметров и динамических состояний возбуждающих процессов.

Среди приемоизлучающих и рассеивающих элементов, исследование которых представляет наибольший интерес для обоснования облика радиоцентров сетей радиосвязи, особое внимание следует уделить идеально проводящим конструкциям с осевой симметрией. Они могут выступать в качестве самостоятельных антенн и элементов антенных решеток вибраторного типа, а также компонентов штыревых мачтовых опор, креплений и других несущих конструкций для развертывания приемопередающей аппаратуры [1].

Актуальность. Наиболее эффективный способ анализа идеальных проводников во внешнем нестационарном поле базируется на моделировании процессов возбуждения их токов с использованием математического аппарата импульсной электродинамики [7, 9–11]. Результаты моделирования могут быть воспроизведены в различных условиях, требуемых для выявления эффектов нестационарного излучения и рассеяния радиоволн; их получение, как правило, сопряжено с меньшими временными и финансовыми затратами по сравнению с экспериментальными исследованиями макетов и испытаниями опытных образцов объектов.

В [7, 11] с использованием интегральных уравнений для пространственно-временных распределений эквивалентных токов и зарядов [12] в приближении проволочной конструкции [13] построены модели идеальных проводников во внешнем неоднородном нестационарном электромагнитном поле. Разработаны аналитические методы анализа импульсного излучения во временной области, основанные на определении поля бегущей волны тока без вычисления

СОДЕРЖАНИЕ

запаздывающих потенциалов [12, 13]. Найдены коэффициенты пространственной корреляции и спектральные функции когерентности поляризационных компонентов поля обратного рассеяния с учетом направленных свойств возбуждающего источника.

В [9, 10, 12] из определения электродинамических потенциалов, откалиброванных по правилу Лоренца [13], получены уравнения для токов и полей объектов с характерным протяженным размером (криволинейный тонкий провод). Комплексные амплитуды поверхностных токов определены в виде пространственно-временных функций для эквивалентных распределений токов осевых нитевидных источников. Поляризационные составляющие электрического и магнитного полей найдены при постановке задач нестационарного возбуждения объектов при контроле условия Зоммерфельда для излучения на бесконечности [13] и условия обращения в нуль поля на нулевой частоте спектра [7, 14].

Однако, как показано в [15], представленные подходы применимы при анализе объектов больших электрических размеров, для токов которых время установления стационарного режима существенно меньше времени распространения возбуждающего сигнала в пределах приемоизлучающей (рассеивающей) поверхности. Их использование для исследования вибраторных антенн и антенных решеток, возбуждаемых импульсными сигналами, затруднено, поскольку при значительной эффективной ширине спектра воздействия электрические размеры исследуемых объектов принадлежат квазиоптической и резонансной областям, где исключается их рассмотрение как протяженных объектов. Пространственно-временное распределение токов содержит продольные и азимутальные компоненты и должно представляться в виде суперпозиции поверхностных волн гармоник Фурье токов, бегущих по идеально проводящей поверхности, претерпевающих обрыв на ее краях и отраженных от границ.

При этом остаются открытыми вопросы комплексной оптимизации приемоизлучающих и рассеивающих характеристик проводников, необходимой для устойчивой и надежной работы радиоцентров сетей радиосвязи.

Таким образом, тематика построения моделей и исследования закономерностей возбуждения проводников с осевой симметрией во внешнем нестационарном поле является актуальной.

Цель предлагаемой работы – обзор принципов построения и получение базовых моделей идеально проводящих осесимметричных объектов на основе интегральных уравнений с пространственно-временными дифференциальными операторами для гармоник Фурье продольных и азимутальных составляющих поверхностных токов.

Модель идеального проводника с регулярным поперечным сечением, возбуждаемого нестационарным электрическим полем стороннего источника. Простейшей конструкцией проводника с осевой симметрией является отрезок трубки с регулярным круглым поперечным сечением и параллельными ровными срезами. При построении ее модели зададим цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) – для нахождения поверхностных токов, возбуждаемых нестационарным электрическим полем стороннего источника, и сферическую систему координат (r, θ, φ) – для представления облучающего и возбуждаемого полей.

Полагая, что центры систем совмещены, расположим проводник в пространстве таким образом, чтобы ось его симметрии совпадала с осью Oz. При этом угол θ сферической системы координат отсчитывается от оси Oz цилиндрической системы координат. Радиус поперечного сечения проводника обозначим a, его длину h, линии обрыва проводника находятся в плоскостях $z = \pm h/2$.

Нестационарное электрическое поле, возбуждающее проводник, создается сторонним источником, дальность до которого превышает границу дальней зоны, определенную по максимальному размеру проводника и излучающей антенны [13]. В этой связи пространственная структура поля, приходящего к идеально проводящей поверхности, представляет собой плоскую волну. Поскольку в пространстве распространяются только знакопеременные во времени сигналы [14], облучающее поле, поступающего с направления θ_0, в момент времени t представим мгновенной амплитудой $\dot{E}^{i}(\theta_0, t)$ радиоимпульса с циклической частотой несущей ω_0 .

Поверхностные токи объекта с осевой симметрией, возникающие под воздействием стороннего поля, поступающего с определенного направления, содержат вариации по окружности поперечного сечения. Вариации токов обусловлены затенением поверхности объекта, в результате которого возникают переходные процессы формирования токов. Распределение поверхностных токов следует представлять в виде комплексных амплитуд продольных $j_z(z,\varphi,t)$ и азимутальных $j_\varphi(z,\varphi,t)$ составляющих их плотностей, зависящих от текущих координат (φ, z) на поверхности объекта $\rho = a$ и времени t, функции $j_{z[\varphi]}(z,\varphi,t)$ удовлетворяют условиям: $j_{z[\varphi]}(z,\varphi,t \le 0) = 0$ и $j_{z[\varphi]}(z = \pm h/2, \varphi, t) = 0$.

Компоненты векторного потенциала идеального проводника с осевой симметрией определяются выражениями [9, 10]:

$$A_z(z,\varphi,\ t) = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int\limits_{-h/2}^{h/2} \int\limits_{0}^{2\pi} j_z\left(z', \varphi', t - \frac{\Delta R}{c}\right) G(z,\ z', \varphi, \varphi')\, d\varphi' dz' , \tag{1}$$

$$A_\varphi(z,\varphi,t) = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int\limits_{-h/2}^{h/2} \int\limits_{0}^{2\pi} j_\varphi\left(z', \varphi', t - \frac{\Delta R}{c}\right) \cos(\varphi - \varphi')\, G(z,\ z', \varphi, \varphi')\, d\varphi' dz' , \tag{2}$$

где

$$G(z,\ z', \varphi, \varphi') = \Delta R^{-1} = \left((\mathrm{z} - \mathrm{z}')^2 + 4\mathrm{a}^2 \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right)\right)^{-1/2} \tag{3}$$

– функция точечного источника [10], c – скорость света, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

Поляризационные компоненты $\dot{E}_{\theta[\varphi]}(r,\theta,\varphi,t)$ вторичного излучения идеально проводящего осесимметричного объекта имеют вид [9]:

$$\dot{E}_\theta(r,\theta,\varphi,t) = -\frac{\mu_0 a}{4\pi r} \sin\theta \frac{\partial}{\partial t} \int\limits_{-h/2}^{h/2} \int\limits_{0}^{2\pi} j_z\left(z', \varphi', t - \frac{a \sin\theta \cos(\varphi - \varphi') + z' \cos\theta}{c}\right) d\varphi' d z' , \tag{4}$$

$$\dot{E}_\varphi(r,\theta,\varphi,t) = \frac{\mu_0 a}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial \mathrm{t}} \int\limits_{-h/2}^{h/2} \int\limits_{0}^{2\pi} j_\varphi\left(z', \varphi', t - \frac{a \sin\theta \cos(\varphi - \varphi') + z' \cos\theta}{c}\right) d\varphi' d z' . \tag{5}$$

Спектральная плотность компонентов поля $\dot{E}_{\theta[\varphi]}(r,\theta,\varphi,\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{E}_{\theta[\varphi]}(r,\theta,\varphi,t) \exp(-j\omega t)\, dt$, вычисляемая по правилу

$$\dot{E}(r,\theta,\varphi,\omega) = \sqrt{\dot{E}_\theta^2(r,\theta,\varphi,\omega) + \dot{E}_\varphi^2(r,\theta,\varphi,\omega)} , \tag{6}$$

удовлетворяет условиям излучения Зоммерфельда на бесконечности (при $r \to \infty$) [9, 13]:

$$\lim_{r\to\infty} \dot{E}(r,\theta,\varphi,\omega) = 0 ,\ \lim_{r\to\infty} \left[r \left[\frac{\partial \dot{E}(r,\theta,\varphi,\omega)}{\partial r} + j\frac{\omega}{c} \dot{E}(r,\theta,\varphi,\omega) \right] \right] = 0 . \tag{7}$$

СОДЕРЖАНИЕ

Граничные условия задачи возбуждения идеально проводящего объекта определяют непрерывность тангенциальной составляющей полного электрического поля на его поверхности. Используя их и калибровку Лоренца для электродинамических потенциалов [9], запишем систему уравнений для (1), (2), представляющих собой проекции векторного волнового уравнения [9, 13] на оси цилиндрической системы координат

$$\begin{cases} \left[\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}-\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\right]A_z(z,\phi,t)+\dfrac{1}{a}\dfrac{\partial^2 A_\phi(z,\phi,t)}{\partial z\,\partial\phi}=-\varepsilon_0\mu\dfrac{\partial}{\partial t}\dot{E}_z^i(z,\phi,t;\theta_0) \\ \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial^2 A_z(z,\phi,t)}{\partial z\,\partial\phi}+\left[\dfrac{1}{a^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\phi^2}-\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\right]A_\phi(z,\phi,t)=0\,, \qquad |z|\le h/2 \end{cases}, \tag{8}$$

где $\dot{E}_z^i(z,\varphi,t;\theta_0)$ – тангенциальная составляющая облучающего электрического поля $\dot{E}^i(\theta_0,t)$ на поверхности объекта с осевой симметрией, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Мгновенная амплитуда $\dot{E}^i(\theta_0,t)$ прямоугольного радиоимпульса длительности τ с амплитудой $E_0^i=\max\limits_t\left|\dot{E}^i(\theta_0,\,t)\right|$ и начальной фазой $\psi=\arg\dot{E}^i(\theta_0,\,0)$ определяется выражением

$$\dot{E}^i(\theta_0,\,t)=E_0^i\cos\left(\omega_0\left(t-\frac{a\cos\varphi\,\sin\theta_0+z\cos\,\theta_0}{c}\right)+\psi\right),\ |z|\le h/2, \tag{9}$$

а для радиоимпульса с огибающей гауссовской формы имеет вид

$$\dot{E}^i(\theta_0,\,t)=E_0^i\exp\left[-\frac{1}{2\tau^2}\left(t-\frac{a\cos\varphi\,\sin\theta_0+z\cos\,\theta_0}{c}\right)^2\right]$$

$$\cos\left(\omega_0\left(t-\frac{a\cos\varphi\,\sin\theta_0+z\cos\,\theta_0}{c}\right)+\psi\right),\qquad |z|\le h/2\,. \tag{10}$$

Исходя из геометрических свойств возбуждаемой поверхности, для нахождения компонентов плотности тока $j_{z[\varphi]}(z,\,\varphi,\,t)$ аппроксимируем их комплексными рядами Фурье

$$j_{z[\varphi]}(z,\,\varphi,\,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}j_{z[\varphi]n}(z,\,t)\exp(jn\varphi) \tag{11}$$

с пространственно-временным распределением азимутальных гармоник $j_{z[\varphi]n}(z,\,t)$.

Аналогичным образом представим функции (1) – (3) в виде рядов Фурье по координате:

$$A_z(z,\,\varphi,\,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\eta_n(z,t)\exp(jn\varphi),$$

$$A_\varphi(z,\,\varphi,\,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\xi_n(z,t)\exp(jn\varphi), \tag{12}$$

$$G(z,z',\,\varphi,\varphi')=\sum_{n=-\infty}^{\infty}S_n(z,z')\exp(jn\widetilde{\varphi}),\ \widetilde{\varphi}=\varphi-\varphi', \tag{13}$$

с весовыми коэффициентами

$$\begin{Bmatrix} \eta_n \\ \xi_n \end{Bmatrix}(z,\ t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\begin{Bmatrix} A_z \\ A_\varphi \end{Bmatrix}(z,\varphi,\ t)\exp(-jn\varphi)d\varphi\,, \tag{14}$$

$$S_n(z,\ z') = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} G(z,\ \ z',\varphi,\ \varphi')\exp(-jn\tilde{\varphi})d\tilde{\varphi}\,. \tag{15}$$

В результате подстановки (11) – (15) в (1), (2) и приравнивания весовых коэффициентов при комплексных экспонентах с равными показателями находим, что гармоники компонентов векторного потенциала (1), (2), плотности поверхностного тока (11) и функции точечного источника (13) связаны интегральными соотношениями:

$$\begin{Bmatrix} \eta_n(z,t) \\ \xi_n(z,t) \end{Bmatrix} = \frac{\mu_0 a}{4\pi}\int\limits_{-h/2}^{h/2}\begin{Bmatrix} j_{zn}(z,t) \\ j_{\varphi n}(z,t) \end{Bmatrix} S_n(z,z')dz'\,,\ |z| \le h/2\,. \tag{16}$$

Учитывая, что пространственный фронт облучающего поля является плоским, разложим пространственно-временные функции (9), (10) в ряды Фурье-Бесселя, подставим полученные выражения в (8) и, приравнивая множители при комплексных экспонентах с одинаковыми аргументами с учетом (16), получим систему интегральных уравнений с дифференциальными операторами для пространственно-временного распределения гармоник плотности токов

$$\begin{cases} \int\limits_{-h/2}^{h/2}\left[\dfrac{d^2}{dz^2} - \varepsilon_0\mu_0\dfrac{d^2}{dt^2}\right] j_{zn}(z',t)\ S_n(z,z')\ dz' + \\ +j\dfrac{n}{a}\dfrac{d}{dz}\int\limits_{-h/2}^{h/2} j_{\phi n}(z',t) S_n(z,z') d\,z' = \varepsilon_0 E_0 J_n\left(\dfrac{\omega_0 a}{c}\right) F_n(z,t) \\ j\dfrac{n}{a}\dfrac{d}{dz}\int\limits_{-h/2}^{h/2} j_{zn}(z',t)\ S_n(z,z')\ d\,z' + \left[\left(\dfrac{n}{a}\right)^2 - \varepsilon_0\mu_0\dfrac{d^2}{dt^2}\right]\times \\ \times\int\limits_{-h/2}^{h/2} j_{\phi n}(z',t) S_n(z,z') d\,z' = 0\,,\quad |z| \le h/2,\quad n = 0,\ 1,\ 2...,\end{cases}, \tag{17}$$

где $F_n(z,\ t)$ – пространственно-временное представление n-й гармоники ($n = 0,\ 1,\ 2\ldots,$) облучающего поля. Для радиоимпульса прямоугольной формы (9) оно имеет вид

$$F_n(z,t) = F_{n1}(z,t) = \begin{cases} 4\pi\ \tilde{\varepsilon}_n\ (-1)^p\ \omega_0 \sin\left(\omega_0 t - \dfrac{\omega_0 z}{c}\cos\theta_0 + \psi\right) J_n\left(\dfrac{\omega_0 a}{c}\sin\theta_0\right) & \text{при } n = 2p \\ 8\pi\ (-1)^p\ \omega_0 \cos\left(\omega_0 t - \dfrac{\omega_0 z}{c}\cos\theta_0 + \psi\right) J_n\left(\dfrac{\omega_0 a}{c}\sin\theta_0\right) & \text{при } \mathrm{n} = 2p+1 \end{cases}, \tag{18}$$

$$p = 0,\ 1,\ 2\ldots,\ |t| \le \tau/2\,,\ |z| \le h/2\,,$$

а для радиоимпульса с гауссовской огибающей (10) определяется выражением

$$F_n(z,t) = \exp\left(-\frac{1}{2\tau^2}\left(t-\frac{z}{c}\cos\theta_0\right)\right)\left[F_{n1}(z,t)+F_{n2}(z,t)\right],\ |z| \le h/2, \tag{19}$$

где

$$F_{n2}(z,\ t) = \begin{cases} \dfrac{4\pi\tilde{\varepsilon}_n(-1)^p}{\tau^2}\left[t-\dfrac{z}{c}\cos\ \theta_0\right]\cos\ \left(\omega_0\left(t-\dfrac{z}{c}\cos\ \theta_0\right)+\psi\right)J_n\left(\dfrac{\omega_0 a}{c}\sin\theta_0\right) & \text{при} \quad n=2p \\ \\ \dfrac{8\pi\ (-1)^{p+1}}{\tau^2}\left[t-\dfrac{z}{c}\cos\ \theta_0\right]\sin\ \left(\omega_0\left(t-\dfrac{z}{c}\cos\ \theta_0\right)+\psi\right)J_n\left(\dfrac{\omega_0 a}{c}\sin\theta_0\right) & \text{при} \quad n=2p+1 \end{cases}, \tag{20}$$

$$p=0,\ 1,\ 2...,\ |z| \le h/2,$$

$$\tilde{\varepsilon}_n = \begin{cases} 1 & \text{при}\ \ n=0 \\ 2 & \text{при}\ \ n>0 \end{cases},$$

где $\tilde{\varepsilon}_n$ – символ Неймана, $J_n(\ldots)$ – функция Бесселя первого рода n-го порядка ($n=0,\ 1,\ 2...,$).

Для нулевой гармоники тока система уравнений (17) преобразуется к уравнению

$$\int_{-h/2}^{h/2}\left[\frac{d^2}{dz^2}-\varepsilon_0\mu_0\frac{d^2}{dt^2}\right]j_{z0}(z',\ t)\,S_0(z,\ z')\,dz' = \varepsilon_0 E_0^i\,F_{01}(z,\ t)\ ,\ |z| \le h/2. \tag{21}$$

Нулевая гармоника $j_{z0}(z,\ t)$ поверхностного тока $j_z(z,\ \varphi,\ t)$, $|z| \le h/2$ в (21) эквивалентна нитевидному току $I_z(z,\ t) = 2\pi a\, j_{z0}(z,\ t)$ источника, расположенного на центральной продольной оси проводника [12]. Поэтому интегральное уравнение, определяющее закономерности нестационарного осевого возбуждения объекта с осевой симметрией, может быть использовано для анализа излучения негармонических сигналов линейными (вибраторными) антеннами, питаемыми сосредоточенными источниками электродвижущих сил. Система уравнений (17) устанавливает закономерности формирования токов при асимметричном пространственном распределении возбуждающего поля и может быть использована для исследования характеристик линейных (вибраторных) антенн в режиме приема сигналов.

Модели нестационарного возбуждения идеальных проводников в виде тонких трубчатых и стержневых конструкций. Система интегральных уравнений (17) относится к классу математически некорректных по Адамару задач математической физики [16]. Они характеризуются отсутствием финитного обратного оператора, устанавливающего взаимно однозначное соответствие между искомыми функциями $j_{z[\varphi]n}(z,\ t)$, $n=0,\ 1,\ 2...$, $|z| \le h/2$, и гармониками облучающего поля $F_n(z,\ t)$, $n=0,\ 1,\ 2...$, в области их пространственно-временного представления.

В этой связи решение системы (17) требуется находить путем частичного обращения оператора при представлении гармоник поверхностных токов произведениями последовательностей линейно независимых функций, заданных в областях определения аргументов z и t.

СОДЕРЖАНИЕ

В результате задача (17) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно мгновенных амплитуд искомых гармоник токов в точках дискретизации образующей проводника. При использовании корней СЛАУ в качестве весовых коэффициентов последовательностей для аппроксимации $j_{z[\varphi]n}(z,\ t)$, $|z| \le h/2$ находится устойчивое решение задачи возбуждения проводника с контролируемой точностью вычисления азимутальных гармоник поверхностных токов. За счет рационального выбора вида базисных функций и точек дискретизации токов, устраняющего особенности распределения их гармоник и разрывы функций $F_n(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2\ldots$, для матричного оператора формируемой СЛАУ выполняется условие Фредгольма, позволяющее получить устойчивое решение задачи возбуждения проводника при конечной длине последовательностей, аппроксимирующих $j_{z[\varphi]n}(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2\ldots$, $|z| \le h/2$.

Время решения СЛАУ пропорционально числу неизвестных в третьей степени [17]. При электрически больших размерах проводников и детальном восстановлении распределения возбуждаемых токов, когда число отсчетов $F_n(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2\ldots$, на оси времени существенно превышает предел, заданный теоремой В.А. Котельникова [18], для частичного обращения оператора системы (17) необходимы значительные вычислительные ресурсы. При этом основной вклад в пространственно-временное представление поверхностных токов вносят гармоники ряда Фурье (11) с малыми порядковыми номерами.

Таким образом, возникает целесообразность выполнения ключевых переходов от системы интегральных уравнений (17) к упрощенному модельному представлению проводников с осевой симметрией, позволяющему сохранить требуемую точность расчета характеристик и возможности анализа наиболее существенных аспектов возбуждения нестационарным полем.

При электрически малом радиусе поперечного сечения проводника, когда продольные $j_z(z,\varphi,t)$ и азимутальные $j_\varphi(z,\varphi,t)$, $|z| \le h/2$, компоненты плотностей поверхностных токов удовлетворяют условию $|j_\varphi(z,\varphi,t)| << |j_z(z,\varphi,t)|$, можно ограничиться приближением, что их азимутальные вариации определяются неравномерным распределением $j_z(z,\varphi,t)$, $|z| \le h/2$ по окружности поперечного сечения, а $j_\varphi(z,\varphi,t) \approx 0$, $|z| \le h/2$.

Такой проводник реализуется в виде трубки круглого поперечного сечения с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками, а закономерности возбуждения его поверхностных токов устанавливаются на основе модифицированной модели (17) в приближении токопроводящей трубки [13]. Для выбранного модельного представления объекта точки интегрирования токов z', $|z'| \le h/2$ и точки z, $|z| \le h/2$, наблюдения реакций их распределения на возбуждающее воздействие $F_n(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2\ldots$, по аналогии с функцией точечного источника (13) располагаются на поверхности трубки.

Применяя граничные условия возбуждения идеально проводящей поверхности [9, 13] и калибровку Лоренца для проекции векторного потенциала на ось Oz, по аналогии с (17) получил интегральные уравнения для гармоник $j_{zn}(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2\ldots$, $|z| \le h/2$, продольной составляющей плотности поверхностного тока

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2} \right] j_{zn}(z',\ t)\ S_n(z,\ z')\ dz' = \varepsilon_0 E_0 J_n\left(\frac{\omega_0 a}{c} \right) F_n(z,\ t), \tag{22}$$

$$n = 0,\ 1,\ 2\ldots,\ |z| \le h/2.$$

СОДЕРЖАНИЕ

При $a \to 0$, полагая, что азимутальные составляющие поверхностных токов $j_\varphi(z,\varphi,t) \approx 0$, $|z| \le h/2$, а разложение продольных составляющих $j_z(z,\varphi,t)$, $|z| \le h/2$ в комплексный ряд Фурье можно заменить нулевой гармоникой $j_{z0}(z,\ t)$, $|z| \le h/2$ эквивалентной нитевидному току $I_z(z,\ t) = 2\pi a\, j_{z0}(z,\ t)$, $|z| \le h/2$, получим задачу возбуждения идеального проводника с осевой симметрией в приближении тонкого стержня [13]. Уравнение для расчета эквивалентного тока $I_z(z,\ t)$, $|z| \le h/2$, имеет вид

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\right] I_z(z',\ t)\, S_0(z,\ z')\, dz' = \frac{\varepsilon_0 E_0^i}{2\pi a} F_{01}(z,\ t)\ ,\ |z| \le h/2. \tag{23}$$

В (23), в отличие от задач (17), (21), (22), ядро $S_0(z,\ z')$ определяется при задании точек интегрирования токов на центральной продольной оси, а точек наблюдения реакций распределения $I_z(z,\ t)$, $|z| \le h/2$, на воздействие стороннего поля – на поверхности стержня. В приближении $a \to 0$ поперечное сечение проводника сохраняет конечное значение [9, 13]; радиус поперечного сечения проводника, при котором для его электродинамического анализа может применяться уравнение (23), выбирается из условия [7–9], что время запаздывания облучающего поля $\Delta\tau = a/c$ значительно меньше его длительности τ.

Решение уравнений (22), (23) выполняется численными методами путем преобразования в СЛАУ относительно дискретных значений токов в фиксированных точках поверхностей проводников и замены интегрирования квадратурным суммированием произведений подынтегральных выражений и весовых функций. Азимутальные гармоники поверхностных токов $j_{zn}(z,\ t)$, $n = 0,\ 1,\ 2 \ldots$, $|z| \le h/2$ в (22) и распределение эквивалентного осевого тока $I_z(z,\ t)$, $|z| \le h/2$ в (23) представляются в виде сходящихся последовательностей ортогональных функций, вид и число которых выбираются из условия минимизации вычислительных затрат на устойчивое обращение матричных операторов при контролируемых погрешностях решения сформированных СЛАУ. Для обеспечения устойчивости распределения токов производится сшивание дискретных значений мгновенных комплексных амплитуд на границах интервалов дискретизации идеальных проводников по координате z, $|z| \le h/2$, и в центральных точках интервалов дискретизации по оси времени t.

Выводы. Проведен обзор принципов построения и представлены базовые варианты моделей идеально проводящих объектов с осевой симметрией, возбуждаемых нестационарными волновыми процессами. Математические постановки задачи возбуждения объектов представляют собой интегральные уравнения для пространственно-временного распределения азимутальных гармоник поверхностных токов при граничных условиях для электрических полей на проводящих поверхностях. Функциональные взаимосвязи плотностей поверхностных токов, аппроксимируемых рядами Фурье, и мгновенных комплексных амплитуд облучающего поля устанавливаются с учетом калибровки Лоренца для электродинамических потенциалов при контроле условий Зоммерфельда и обращения в нуль спектральной плотности (спектра) вторичного излучения на нулевой частоте.

Азимутальные гармоники поверхностных токов находятся суммированием произведений последовательностей ортогональных пространственных и временных функций с весовыми коэффициентами, равными значениям их комплексных амплитуд в фиксированных точках проводящих поверхностей в дискретные моменты времени. Весовые коэффициенты последовательностей являются корнями СЛАУ, формируемой из интегральных уравнений при дискретизации пространственно-временного распределения гармоник токов и замены операций интегрирования квадратурным суммированием подынтегральных выражений.

Для сокращения вычислительных затрат на частичное обращение операторов интегральных уравнений при малых электрических размерах поперечных сечений проводников целесообразно выполнять ключевые переходы к задачам возбуждения токов в приближении тонких трубчатых и стержневых конструкций. Суть переходов, базирующихся на предположении, что азимутальные вариации поверхностных токов осесимметричных объектов малы, заключается в представлении их распределения продольными составляющими плотностей. В приближении тонкой трубчатой модели математическая постановка задачи возбуждения выполняется в виде системы интегральных уравнений, устанавливающих взаимосвязи между азимутальными гармониками продольных компонентов токов и весовыми коэффициентами рядов Фурье-Бесселя для тангенциальной проекции облучающего поля. В приближении модели тонкого стержня ряды Фурье, аппроксимирующие продольные составляющие плотностей токов, заменяются нулевыми гармониками, которым ставятся в соответствие эквивалентные нитевидные токи, протекающие по центральным продольным осям проводников.

Разработанные модели идеальных проводников с осевой симметрией во внешнем нестационарном электромагнитном поле составляют основу электродинамического анализа характеристик передачи-приема волновых процессов и оценки рассеивающих свойств вибраторных антенных систем и элементов конструкций в составе радиоцентров. Характеристики передачи-приема сигналов используются для определения показателей устойчивости и надежности функционирования сетей радиосвязи. Рассеивающие свойства объектов определяют возможности компоновки приемопередающей аппаратуры на площадях ограниченных размеров при обеспечении электромагнитной развязки и отсутствии экранирования рабочих зон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Специальная радиосвязь. Развитие и модернизация оборудования и объектов / под ред. А.Л. Бузова и С.А. Букашкина. М.: Радиотехника, 2017. 448 с.

2. Актуальные вопросы проектирования антенно-фидерных устройств средств радиосвязи и радиовещания / под ред. Г.И. Трошина М.: Сайнс-Пресс, 2001. 72 с.

3. Дорощенко И.В., Салдаев С.В. Многочастотные антенные системы с различными видами поляризации для корпоративных сетей подвижной радиосвязи // Антенны. 2017. № 11. С. 18–24.

4. Конев А.В., Филиппов Д.В. Взаимное влияние элементов антенных решеток с совмещенными и сближенными элементами // Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот. 2001. № 3. С. 108–112.

5. Бузова М.А., Филиппов Д.В., Юдин В.В. Моделирование процессов взаимодействия радиоволн с элементами сложных излучающих и переизлучающих систем // Известия вузов. Физика. 2012. № 9/2. С. 70–71.

6. Головин О.В., Простов С.П. Системы и устройства коротковолновой радиосвязи / под ред. О.В. Головина. М.: Горячая линия-Телеком, 2006. 598 с.

7. Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / под ред. А.А. Потапова. М.: Радиотехника. 2003. 720 с.

8. Попова О.Э., Разиньков С.Н. Нестационарный электродинамический анализ излучения и приема негармонических сигналов решетками вибраторов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11. № 3. С. 83–93.

СОДЕРЖАНИЕ

9. Самсонов А.В. Макроскопическая электродинамика. Вопросы пространственно-временных преобразований. М.: Радиотехника, 2006. 64 с.
10. Менде Ф.Ф., Дубровин А.С. Альтернативная идеология электродинамики. М.: Перо, 2016. 198 с.
11. Podosenov S.A., Svekis Y.G., Sokolov A.A. Transient Radiation of Traveling Waves by Wire Antennas // IEEE Trans. Electromagn. Compat. 1995. Vol. 37. No 3. P. 367–383.
12. Schuman H. Time-Domain Scattering from a Nonlinearly Loaded Wire // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 1974. Vol. 22. No 5. P. 611–613.
13. Неганов В.А., Павловская Э.А., Яровой Г.П. Излучение и дифракция электромагнитных волн / под ред. В.А. Неганова. М.: Радио и связь, 2004. 264 с.
14. Беличенко В.П., Буянов Ю.И., Кошелев В.И. Сверхширокополосные импульсные радиосистемы. Новосибирск: Наука, 2015. 481 с.
15. Тимошенко А.В., Разиньков С.Н., Разинькова О.Э., Громов Р.В. Современное состояние и задачи совершенствования методических основ построения антенных решеток беспилотных радиотехнических комплексов // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2020. № 14. С. 63–83. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://академия-ввс.рф/images/data/zhurnal_vks/14-2020/63-83.pdf (дата обращения 15.04.2021).
16. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
17. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 486 с.

REFERENCES

1. Special'naya radiosvyaz'. Razvitie i modernizaciya oborudovaniya i ob`ektov / pod red. A.L. Buzova i S.A. Bukashkina. M.: Radiotehnika, 2017. 448 p.
2. Aktual'nye voprosy proektirovaniya antenno-fidernyh ustrojstv sredstv radiosvyazi i radioveschaniya / pod red. G.I. Troshina M.: Sajns-Press, 2001. 72 p.
3. Doroschenko I.V., Saldaev S.V. Mnogochastotnye antennye sistemy s razlichnymi vidami polyarizacii dlya korporativnyh setej podvizhnoj radiosvyazi // Antenny. 2017. № 11. pp. 18–24.
4. Konev A.V., Filippov D.V. Vzaimnoe vliyanie `elementov antennyh reshetok s sovmeschennymi i sblizhennymi `elementami // `Elektrodinamika i tehnika SVCh, KVCh i opticheskih chastot. 2001. № 3. pp. 108–112.
5. Buzova M.A., Filippov D.V., Yudin V.V. Modelirovanie processov vzaimodejstviya radiovoln s `elementami slozhnyh izluchayuschih i pereizluchayuschih sistem // Izvestiya vuzov. Fizika. 2012. № 9/2. pp. 70–71.
6. Golovin O.V., Prostov S.P. Sistemy i ustrojstva korotkovolnovoj radiosvyazi / pod red. O.V. Golovina. M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2006. 598 p.
7. Podosenov S.A., Potapov A.A., Sokolov A.A. Impul'snaya `elektrodinamika shirokopolosnyh radiosistem i polya svyazannyh struktur / pod red. A.A. Potapova. M.: Radiotehnika. 2003. 720 p.
8. Popova O.`E., Razin'kov S.N. Nestacionarnyj `elektrodinamicheskij analiz izlucheniya i priema negarmonicheskih signalov reshetkami vibratorov // Fizika volnovyh processov i radiotehnicheskie sistemy. 2008. T. 11. № 3. pp. 83–93.
9. Samsonov A.V. Makroskopicheskaya `elektrodinamika. Voprosy prostranstvenno-vremennyh preobrazovanij. M.: Radiotehnika, 2006. 64 p.
10. Mende F.F., Dubrovin A.S. Al'ternativnaya ideologiya `elektrodinamiki. M.: Pero, 2016. 198 p.
11. Podosenov S.A., Svekis Y.G., Sokolov A.A. Transient Radiation of Traveling Waves by Wire Antennas // IEEE Trans. Electromagn. Compat. 1995. Vol. 37. No 3. pp. 367–383.
12. Schuman N. Time-Domain Scattering from a Nonlinearly Loaded Wire // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 1974. Vol. 22. No 5. pp. 611–613.

13. Neganov V.A., Pavlovskaya `E.A., Yarovoj G.P. Izluchenie i difrakciya `elektromagnitnyh voln / pod red. V.A. Neganova. M.: Radio i svyaz', 2004. 264 p.

14. Belichenko V.P., Buyanov Yu.I., Koshelev V.I. Sverhshirokopolosnye impul'snye radiosistemy. Novosibirsk: Nauka, 2015. 481 p.

15. Timoshenko A.V., Razin'kov S.N., Razin'kova O.`E., Gromov R.V. Sovremennoe sostoyanie i zadachi sovershenstvovaniya metodicheskih osnov postroeniya antennyh reshetok bespilotnyh radiotehnicheskih kompleksov // Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika. 2020. № 14. pp. 63–83. [`Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: http://akademiya-vvs.rf/images/data/zhurnal_vks/14-2020/63-83.pdf (data obrascheniya 15.04.2021).

16. Tihonov A.N., Arsenin V.Ya. Metody resheniya nekorrektnyh zadach. M.: Nauka, 1986. 288 p.

17. Vychislitel'nye metody v `elektrodinamike / pod red. R. Mitry. M.: Mir, 1977. 486 p.

Разинькова Ольга Эдуардовна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, olga-razinkova@rambler.ru.