



УДК 621.396.67.01  
ГРНТИ 78.25.13

## ДВУХЭТАПНЫЙ СИНТЕЗ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С ЗАДАНОЙ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ И МИНИМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ ПЛОЩАДЬЮ РАССЕЯНИЯ

*О.Э. РАЗИНЬКОВА, кандидат технических наук  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

С использованием метода неопределенных множителей Лагранжа построена процедура двухэтапного синтеза антенной решетки с заданной диаграммой направленности и минимальной эффективной площадью рассеяния. На первом этапе обоснованы правила формирования токов антенных элементов, позволяющих получить заданную форму диаграммы направленности при максимально достижимом коэффициенте направленного действия решетки. На втором этапе выполнена минимизация ее эффективной площади рассеяния при контроле диаграммы направленности на множестве угловых положений. Установлено, что за счет рационального выбора контролируемых направлений и уровней диаграммы направленности, а также коэффициентов отражения облучающего поля на входах распределительной линии, характеризующих качество согласования антенных элементов с нагрузками, достигаются требуемые показатели эффективности передачи-приема сигналов и радиолокационной заметности решеток.

*Ключевые слова:* антенная решетка, диаграмма направленности, коэффициент направленного действия, эффективная площадь рассеяния, критерий синтеза, метод неопределенных множителей Лагранжа.

## TWO-STAGE SYNTHESIS OF AN ANTENNA ARRAY WITH A GIVEN RADIATION PATTERN AND A MINIMUM EFFECTIVE SCATTERING AREA

*O.E. RAZINKOVA, Candidate of Technical sciences  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

The procedure for the two-stage synthesis of an antenna array with a given radiation pattern and a minimum effective scattering area is constructed using the method of indeterminate Lagrange multipliers. The rules for the antenna elements currents formation that allow obtaining a given shape of the radiation pattern with the maximum achievable coefficient of the array directional action are justified at the first stage. Minimization of its effective scattering area when controlling the radiation pattern at a set of angular positions is performed at the second stage. It is established that the required indicators of signal transmission and reception efficiency and radar visibility of the gratings are achieved due to the rational choice of controlled directions and levels of the radiation pattern, as well as the reflection coefficients of the irradiating field at the inputs of the distribution line, which characterize the quality of matching antenna elements with loads.

*Keywords:* antenna array, radiation pattern, directional coefficient, effective scattering area, synthesis criterion, method of indefinite Lagrange multipliers.

**Введение.** Перечень мер по снижению радиолокационной заметности [1, 2] мобильных радиоэлектронных комплексов включает в себя уменьшение эффективных площадей рассеяния (ЭПР) бортовых антенных систем [3]. Согласно представленным в [3, 4] оценкам, вклад электромагнитного поля, рассеиваемого антеннами в секторах рабочих углов, на 30...90 % определяет уровень вторичного электромагнитного излучения комплекса.



Структурная составляющая ЭПР антенной системы [1], формируемая полем, отраженным от ее конструкции (при отключенной антенной нагрузке), может уменьшаться за счет нанесения на приемоизлучающую поверхность радиопоглощающих покрытий, включения сосредоточенных резистивно-реактивных элементов, а также экранирования частотно- и поляризационно-селективными структурами с постоянными и адаптивно изменяющимися (управляемыми) параметрами [4]. Применение указанных способов приводит к поглощению энергии вторичного излучения в диапазонах частот, определенных для снижения радиолокационной заметности антенны, без существенного затухания сигналов в диапазоне рабочих частот.

Антенная составляющая ЭПР, обусловленная отражением облучающей электромагнитной волны от антенной нагрузки, уменьшается путем преднамеренного рассогласования приемоизлучающей конструкции с нагрузкой в периоды времени, когда функционирование радиоэлектронного комплекса непосредственно не связано с передачей-приемом сигналов [4]. В частности, в средствах связи и передачи данных систем управления летательных аппаратов [5, 6] качество согласования антенн с распределительными линиями ухудшается на интервалах времени между передачей и приемом сигналов, а в радиолокационных станциях обнаружения и управления оружием [6] – по командам от систем автоматического сопровождения целей [3, 4]. Для малогабаритных антенных систем, обладающих низким профилем конструкции, и конформных антенн, приемоизлучающие структуры которых совпадают с формами несущих поверхностей, антенная составляющая ЭПР в диапазонах частот, где отсутствует равенство входного сопротивления комплексно сопряженному импедансу нагрузки, как правило, значительно превышает структурную составляющую [1, 3].

Неуклонное повышение требований к темпам изменения состояний приемопередающей аппаратуры в интересах достижения необходимых показателей защищенности информации и устойчивости функционирования радиоэлектронных комплексов при деструктивных воздействиях, обуславливает важность создания антенных систем, характеризующихся малой радиолокационной заметностью при заданной эффективности передачи-приема сигналов.

**Актуальность.** В соответствии с теоремой баланса энергии, облучающего и рассеянного полей и реактивной энергии, запасенной в приемоизлучающей структуре [7, 8], снижение вторичного излучения сопровождается уменьшением мощности сигнала в антенной нагрузке, т.е. минимизация ЭПР приводит к ухудшению показателей пространственно-частотной избирательности антенны.

Данное обстоятельство определяет сложность поиска конструкций антенн, обладающих малыми ЭПР, способствующими защите радиоэлектронных комплексов от радиолокационных средств мониторинга [5, 6], и формами диаграмм направленности, обеспечивающими благоприятные условия информационного обмена по радиоканалам [3, 4, 8].

Решение указанной задачи базируется на выполнении процедуры двухэтапного синтеза антенной системы с требуемой формой диаграммы направленности при максимально достижимом коэффициенте направленного действия (КНД) на рабочей частоте и минимальной ЭПР на частоте, где выполняются меры по снижению радиолокационной заметности радиоэлектронного комплекса при сохранении сформированной диаграммы направленности. На первом этапе синтеза формируются требуемые показатели направленности, а на втором этапе – оптимизируются рассеивающие свойства приемоизлучающей структуры при ограничениях на искажения диаграммы направленности.

В [9–11] обоснованы критерии и построены алгоритмы синтеза антенных решеток, состоящих из тождественных изотропных элементов, с минимальными среднеквадратическими отклонениями (СКО) диаграмм направленности и их квадратичных представлений от априори заданных форм. При минимизации СКО диаграммы направленности от требуемого вида достигается достаточно точное ее восстановление, и поскольку главный луч имеет требуемую форму, минимизируются потери КНД. Однако при этом, как показано в [9], КНД решетки



изменяется пропорционально ширине диаграммы направленности во второй степени, что определяет малую протяженность радиоканала. Для антенной системы с минимальным СКО квадрата диаграммы направленности от требуемого распределения характерна линейная зависимость потерь КНД при расширении главного луча. Различие взаимосвязей между показателями направленности решеток при использовании представленных критериев обусловлено тем, что приближение диаграммы направленности к заданному виду достигается за счет рационального распределения амплитуд и фаз токов антенных элементов, а при минимизации различий квадратичных форм искомой и требуемой диаграмм направленности накладываются ограничения только на абсолютные значения токов [9, 11].

В [12–14] с использованием метода неопределенных множителей Лагранжа [15] выполнен синтез антенных решеток с максимально достижимыми КНД при минимизации различий формируемой и требуемой диаграмм направленности на множестве фиксированных направлений. Распределение токов, формируемое на основании данного критерия, при существенном подавлении среднего уровня боковых лепестков диаграммы направленности, позволяет минимизировать СКО главного луча от заранее заданной формы [14, 16].

В [17, 18] по результатам электродинамического моделирования обоснованы способы уменьшения ЭПР решеток, базирующиеся на подключении к антенным элементам резистивно-реактивных нагрузок для поглощения облучающего поля и его противофазного сложения с полем вторичного излучения.

Однако в настоящее время в полной мере не сформированы методические основы синтеза антенных решеток с требуемыми характеристиками рассеяния и показателями эффективности передачи-приема сигналов в диапазонах рабочих частот. Решение данной задачи сохраняет свою актуальность для построения устойчиво функционирующих радиоэлектронных комплексов с высокими степенями скрытности от средств радиолокационного мониторинга.

Цель предлагаемой работы – разработка методики и оценка эффективности двухэтапного синтеза антенной решетки с заданной диаграммой направленности и минимальной ЭПР.

**Аналитические выражения для определения диаграммы направленности, коэффициента направленного действия и эффективной площади рассеяния антенной решетки.** Будем полагать, что решетка, функционирующая в режиме передачи сигналов, выполнена в виде системы из  $N$  изотропных элементов, расположенных с шагом  $d$  вдоль оси  $Ox$  в плоскости  $z = 0$  декартовой системы координат  $XOYZ$ . Антенные элементы развязаны по электрическим цепям диаграммообразующей схемы. Качество их согласования с распределительной линией на длине волны  $\lambda$  характеризуется комплексными коэффициентами отражения по току  $\dot{i}_n(\lambda)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , абсолютные значения которых лежат в пределах от 0 до 1; на рабочей длине волны  $\lambda_0$ , где решетка представляет собой устройство с коротким замыканием выходов,  $\dot{i}_n(\lambda_0) = 1$ ,  $n = 1, \dots, N$ .

Согласно [10, 11], ненормированная комплексная диаграмма направленности решетки определяется выражением

$$\dot{F}(\theta, \phi; \lambda_0) = \left\langle \dot{i}_n^*(\lambda_0) \cdot f_n(\theta, \phi; \lambda_0) \right\rangle, \quad n = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где  $\left\langle \dot{i}_n(\lambda_0) \right\rangle$  – вектор-строка комплексных амплитуд токов,  $n = 1, \dots, N$ ,  $f_n(\theta, \phi; \lambda_0)$  – вектор-столбец парциальных диаграмм антенных элементов,  $n = 1, \dots, N$ , на длине волны  $\lambda = \lambda_0$ ;  $\theta$  – угол, отсчитываемый в вертикальной плоскости от оси  $Oz$ ,  $\phi$  – угол, отсчитываемый в горизонтальной плоскости от оси  $Ox$  против часовой стрелки, \* – знак комплексного сопряжения.



Парциальная диаграмма  $n$ -го элемента линейной решетки,  $n = 1, \dots, N$ , имеет вид [10]

$$f_n(\theta, \phi; \lambda_0) = \exp\left\{-j \frac{2\pi d(n-1)}{\lambda_0} \sin\theta \sin\phi\right\}, \quad n = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Из определения КНД антенной системы, как показателя, характеризующего требуемую степень увеличения мощности излучаемого (принимаемого) поля относительно уровня, достижимого при использовании гипотетической ненаправленной антенны (изотропного элемента) для сохранения неизменного уровня создаваемой напряженности [10], запишем выражение для его расчета в виде квадратурных форм парциальных диаграмм антенных элементов (2)

$$G(\theta, \phi; \lambda_0) = \frac{\langle i_n^*(\lambda_0) [\dot{\chi}_{np}(\theta, \phi; \lambda_0)] i_p(\lambda_0) \rangle}{\langle i_n^*(\lambda_0) [\dot{\gamma}_{np}(\lambda_0)] i_p(\lambda_0) \rangle}, \quad n, p = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где  $[\dot{\chi}_{np}(\theta, \phi; \lambda)]$  и  $[\dot{\gamma}_{np}(\lambda)]$  – матрицы размером  $N \times N$ , характеризующие электромагнитное взаимодействие  $n$ -го и  $p$ -го излучателей,  $n, p = 1, \dots, N$ , через поля рассеяния с длиной волны  $\lambda$ ; элементы матриц определяются выражениями:

$$\dot{\chi}_{np}(\theta, \phi; \lambda) = f_n^*(\theta, \phi; \lambda) f_p(\theta, \phi; \lambda), \quad n, p = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_{np}(\lambda) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \dot{\chi}_{np}(\theta, \phi; \lambda) \sin\theta \, d\theta \, d\phi, \quad n, p = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Поле, рассеиваемое решеткой на длине волны  $\lambda_1 \neq \lambda_0$ , создается вторичным излучением антенной нагрузки; антенная составляющая ЭПР пропорциональна КНД решетки [4, 17]. Взаимосвязь токов антенных элементов  $i_n(\lambda_0)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , на рабочей длине волны  $\lambda = \lambda_0$  и их распределения  $i_n(\lambda_1)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , на длине волны  $\lambda_1 \neq \lambda_0$  представим в виде

$$i_n(\lambda_1) = [\dot{r}_{np}(\lambda_1)] i_p(\lambda_0), \quad n, p = 1, \dots, N, \quad (6)$$

где  $\dot{r}_{np}(\lambda_1) = \dot{r}_n(\lambda_1) \delta_{np}$  – элементы диагональной матрицы  $N \times N$ ,  $\delta_{np} = \begin{cases} 1 & \text{при } n = p \\ 0 & \text{при } n \neq p \end{cases}$  – символ Кронекера,  $n, p = 1, \dots, N$ .

Исходя из определений (3)–(5), с учетом (6) запишем правило расчета угловой зависимости ЭПР решетки

$$\sigma(\theta, \phi; \lambda_1) = \frac{\lambda_1^2}{4\pi} \frac{\langle i_n^*(\lambda_0) [\dot{r}_{nk}(\lambda_1)] [\dot{\chi}_{kl}(\theta, \phi; \lambda_1)] [\dot{r}_{lp}(\lambda_1)] i_p(\lambda_0) \rangle}{\langle i_n^*(\lambda_0) [\dot{r}_{nk}(\lambda_1)] [\dot{\gamma}_{kl}(\lambda_1)] [\dot{r}_{lp}(\lambda_1)] i_p(\lambda_0) \rangle}, \quad n, k, l, p = 1, \dots, N, \quad (7)$$

средняя ЭПР решетки определяется выражением



$$\bar{\sigma}(\lambda_1) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sigma(\theta, \phi; \lambda_1) \sin \theta \, d\theta \, d\phi. \quad (8)$$

Максимальный КНД антенной решетки при контроле диаграммы направленности на множестве углов  $(\theta_m, \varphi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ ,  $M \leq N-1$ , достигается за счет нахождения вектора-столбца токов  $\hat{i}_n(\lambda_0)$ ,  $n=1, \dots, N$ , на рабочей длине волны  $\lambda = \lambda_0$ . Минимальная средняя ЭПР решетки обеспечивается за счет нахождения комплексных коэффициентов отражения от выходов распределительной линии  $\dot{r}_n(\lambda_1)$ ,  $n=1, \dots, N$ , на длине волны  $\lambda_1 \neq \lambda_0$ .

**Синтез антенной решетки с максимальным коэффициентом направленного действия при заданной форме диаграммы направленности.** В целях достижения наибольшего значения КНД синтез решетки будем выполнять при контроле требуемых уровней  $\dot{\alpha}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , комплексной диаграммы направленности на множестве  $M$  дискретных значений углов  $(\theta_m, \varphi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ ,  $M \leq N-1$ , без минимизации СКО от заданной формы в круговом секторе.

Фиксируя значения функции (1) при  $(\theta_m, \varphi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ , получим критерий нахождения токов  $\hat{i}_n(\lambda_0)$ ,  $n=1, \dots, N$ , при которых КНД решетки достигает максимальной величины

$$\hat{i}_n(\lambda_0) = \arg \max_{i_n(\lambda_0)} G(\theta_0, \phi_0; \lambda_0) \Big|_{\dot{F}(\theta_m, \varphi_m; \lambda_0) = \dot{\alpha}_m}, \quad n=1, \dots, N, \quad m=1, \dots, M, \quad (9)$$

где  $(\theta_0, \phi_0)$  – направление главного луча диаграммы направленности; оно фиксируется путем задания ограничения  $F_{\lambda_0}(\theta_0, \phi_0) \equiv |\dot{F}(\theta_0, \phi_0; \lambda_0)| = 1$ .

Для вычисления токов решетки  $\hat{i}_n(\lambda_0)$ ,  $n=1, \dots, N$ , удовлетворяющих критерию (9), используем метод неопределенных множителей Лагранжа [15].

Вектор-столбец токов  $\hat{i}_n(\lambda_0)$ ,  $n=1, \dots, N$ , при которых КНД решетки (3) достигает максимального значения, находится в виде распределения  $\hat{i}_n(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m)$ ,  $n=1, \dots, N$ ,  $m=1, \dots, M$ , обеспечивающего достижение условного экстремума функционала Лагранжа, при априори неизвестных параметрах  $\tilde{\lambda}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , называемых множителями Лагранжа. За счет выполнения ограничительных требований к диаграмме направленности для фиксированных направлений  $(\theta_m, \varphi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ , заданных уравнениями  $\dot{F}(\theta_m, \varphi_m; \lambda_0) = \dot{\alpha}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , устанавливаются значения этих параметров, позволяющие однозначно определить токи антенных элементов, удовлетворяющие критерию (9).

Функционал Лагранжа для параметрического распределения токов решетки имеет вид

$$L_w(\tilde{\lambda}_m, \lambda_0) = \langle i_n^*(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) [\dot{\gamma}_{np}(\lambda_0)] i_p(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) \rangle + \langle i_n^*(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) [\tilde{f}_{nm}(\lambda_0)] \tilde{\lambda}_m \rangle, \quad (10)$$

$$n, p=1, \dots, N, \quad m=1, \dots, M,$$

где  $\tilde{f}_{nm}(\lambda_0) \equiv f_n(\theta_m, \varphi_m; \lambda_0)$ ,  $n=1, \dots, N$ ,  $m=1, \dots, M$ .



Выражение (10) представляет собой сумму знаменателя из определения КНД (3) и ненормированной комплексной диаграммы направленности антенной решетки (1) при углах  $(\theta_m, \varphi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ , с весовыми множителями  $\tilde{\lambda}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ .

Токи  $\hat{i}_n(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m)$ ,  $n=1, \dots, N$ ,  $m=1, \dots, M$ , соответствуют корням однородной системы линейных алгебраических уравнений размером  $N \times N$ , получаемой при приравнивании нулю первых производных функционала Лагранжа (10) по компонентам вектора-строки  $\langle \hat{i}_n^*(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) \rangle$ ,  $n=1, \dots, N$ ,  $m=1, \dots, M$ ,

$$\left[ \dot{\gamma}_{np}(\lambda_0) \right] \langle \hat{i}_p(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) \rangle + \left[ \tilde{f}_{nm}(\lambda_0) \right] \tilde{\lambda}_m = 0, \quad n, p=1, \dots, N, \quad m=1, \dots, M, \quad (11)$$

где  $0$  – нулевой вектор-столбец из  $N$  элементов.

В результате обращения матричного оператора системы уравнений (10), находим распределение токов  $\langle \hat{i}_n(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) \rangle$ ,  $n=1, \dots, N$ ,  $m=1, \dots, M$ , с неопределенными множителями Лагранжа  $\tilde{\lambda}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , при котором КНД решетки (3) достигает максимального значения,

$$\langle \hat{i}_p(\lambda_0; \tilde{\lambda}_m) \rangle = - \left[ \dot{\gamma}_{pn}(\lambda_0) \right]^{-1} \left[ \tilde{f}_{nm}(\lambda_0) \right] \tilde{\lambda}_m, \quad n, p=1, \dots, N, \quad m=1, \dots, M, \quad (12)$$

где  $\left[ \dot{\gamma}_{pn}(\lambda_0) \right]$  – транспонированная матрица  $\left[ \dot{\gamma}_{pn}(\lambda_0) \right]$ ,  $n, p=1, \dots, N$ , «-1» – знак обратной матрицы.

Вторая производная функционала (10) по компонентам токов антенных элементов имеет отрицательное значение, что свидетельствует о максимизации КНД решетки с распределением токов (12).

Для выполнения условий  $\dot{F}(\theta_m, \phi_m; \lambda_0) = \dot{\alpha}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , подставляя параметрическое распределение (12) в (1) и фиксируя контролируемые уровни комплексной диаграммы направленности решетки  $\dot{\alpha}_m$  в направлениях  $(\theta_m, \phi_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ , получим систему линейных алгебраических уравнений относительно  $\tilde{\lambda}_m$ ,  $m=1, \dots, M$ ,

$$\left[ \tilde{f}_{mp}(\lambda_0) \right] \left[ \dot{\gamma}_{pn}(\lambda_0) \right]^{-1} \left[ \tilde{f}_{nq}(\lambda_0) \right] \tilde{\lambda}_q = -\dot{\alpha}_m, \quad n, p=1, \dots, N, \quad m, q=1, \dots, M. \quad (13)$$

Из (13) следует, что

$$\tilde{\lambda}_q = - \left[ \tilde{f}_{qn}(\lambda_0) \right]^{-1} \left[ \dot{\gamma}_{np}(\lambda_0) \right] \left[ \tilde{f}_{pm}(\lambda_0) \right]^{-1} \dot{\alpha}_m, \quad n, p=1, \dots, N, \quad m, q=1, \dots, M. \quad (14)$$

При подстановке вектора-столбца множителей Лагранжа (14) в (12) находится распределение токов  $\langle \hat{i}_n(\lambda_0) \rangle$ ,  $n=1, \dots, N$ , удовлетворяющее критерию синтеза антенной решетки (9).

**Снижение эффективной площади рассеяния решетки при контроле диаграммы направленности.** Критерий формирования токов  $\langle \hat{i}_n(\lambda_1) \rangle$ ,  $n=1, \dots, N$ , для минимизации ЭПР



решетки на длине волны  $\lambda_1$  при контроле формы диаграммы направленности, удовлетворяющей критерию (9), на длине волны  $\lambda_0 \neq \lambda_1$  в направлениях  $(\theta_m, \phi_m)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , определяется системой уравнений

$$\hat{i}_n(\lambda_1) \rangle = \arg \min_{i_n(\lambda_1)} \bar{\sigma}(\lambda_1) \Big|_{\dot{F}(\theta_m, \phi_m; \lambda_0) = \dot{\alpha}_m}, \quad (15)$$

$$m = 1, \dots, M, \quad M \leq N - 1, \quad n = 1, \dots, N;$$

взаимосвязь ЭПР решетки с токами антенных элементов  $i_n(\lambda_1) \rangle$ ,  $n = 1, \dots, N$ , устанавливается выражением (3).

В интересах нахождения условного минимума ЭПР антенной решетки (8) по распределению токов  $i_n(\lambda_1) \rangle$ ,  $n = 1, \dots, N$ , по аналогии с (10) сформируем функционал Лагранжа, представляющий собой линейную комбинацию знаменателя функции (7) и комплексных диаграмм направленности (1) с весовыми коэффициентами в виде неопределенных множителей Лагранжа  $\hat{\lambda}_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,

$$L_s(\hat{\lambda}_m, \lambda_1) = \langle i_n^*(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) [ \dot{r}_{nk}(\lambda_1) ] [ \dot{\gamma}_{kl}(\lambda_1) ] [ \dot{r}_{lp}(\lambda_1) ] i_p(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) \rangle - \quad (16)$$

$$- \langle i_n^*(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) [ \dot{r}_{nk}(\lambda_1) ] [ \tilde{f}_{km}(\lambda_1) ] \hat{\lambda}_m \rangle, \quad n, k, l, p = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M,$$

где  $i_n(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) \rangle$  – параметрическое относительно множителей Лагранжа распределение токов решетки  $i_n(\lambda_1) \rangle$ ,  $n = 1, \dots, N$ ;  $\tilde{f}_{nm}(\lambda_1) \equiv f_n(\theta_m, \phi_m; \lambda_1)$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $m = 1, \dots, M$ .

Приравнявая нулю первую производную функционала (16) по компонентам вектора строки  $\langle i_n^*(\lambda_0; \hat{\lambda}_m)$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $m = 1, \dots, M$ , получаем матричное уравнение, корнями которого являются компоненты параметрического распределения токов в (16),

$$[ \dot{r}_{nk}(\lambda_1) ] [ \dot{\gamma}_{kp}(\lambda_0) ] i_p(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) \rangle - [ \dot{r}_{nk}(\lambda_1) ] [ \tilde{f}_{km}(\lambda_1) ] \hat{\lambda}_m \rangle = 0 \rangle, \quad (17)$$

$$n, k, p = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M.$$

Решением уравнения (17) является вектор-столбец комплексных амплитуд токов

$$i_p(\lambda_0; \hat{\lambda}_m) \rangle = [ \dot{\gamma}_{pk}(\lambda_0) ]^{-1} [ r_{kn}(\lambda_1) ]^{-1} [ r_{nl}(\lambda_1) ] [ \tilde{f}_{lm}(\lambda_1) ] \hat{\lambda}_m \rangle, \quad (18)$$

$$n, k, l, p = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M.$$

Вторая производная функционала (16) по компонентам вектора токов антенных элементов является положительно определенной, поэтому при распределении токов (18) достигается минимальная ЭПР решетки.



Однозначность параметрического распределения токов достигается за счет нахождения неопределенных множителей Лагранжа по результатам решения матричного уравнения

$$\left[ \tilde{f}_{mp}(\lambda_1) \right] \left[ \dot{\gamma}_{pk}(\lambda_0) \right]^{-1} \left[ r_{kn}(\lambda_1) \right]^{-1} \left[ r_{nl}(\lambda_1) \right] \left[ \tilde{f}_{lq}(\lambda_0) \right] \hat{\lambda}_q \rangle = \dot{\alpha}_m \rangle, \quad (19)$$

$$n, k, l, p = 1, \dots, N, \quad m, q = 1, \dots, M,$$

полученного при подстановке (18) в определение комплексной диаграммы направленности решетки (1), где в направлениях  $(\theta_m, \phi_m)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , зафиксированы уровни  $\dot{\alpha}_m \rangle$ ,  $m = 1, \dots, M$ .

Обращая оператор системы (19), находим множители Лагранжа для распределения токов решетки с ЭПР и диаграммой направленности, удовлетворяющими критерию синтеза (15),

$$\hat{\lambda}_q \rangle = - \left[ \tilde{f}_{ql}(\lambda_0) \right]^{-1} \left[ r_{ln}(\lambda_1) \right]^{-1} \left[ r_{nk}(\lambda_1) \right] \left[ \dot{\gamma}_{km}(\lambda_0) \right] \dot{\alpha}_m \rangle, \quad (20)$$

$$n, k, l, p = 1, \dots, N, \quad m, q = 1, \dots, M.$$

**Анализ диаграмм направленности антенных решеток с минимизированными эффективными площадями рассеяния.** С использованием критерия (9) сформированы диаграммы направленности линейных решеток из  $N = 7$  и  $N = 10$  элементов с нормированным шагом  $d/\lambda_0 = 0,25$  и  $d/\lambda_0 = 0,5$  при контроле уровней  $|\dot{\alpha}_m| = 0,01$ ,  $m = 1, \dots, M$ , для  $M = 2$  угловых положений  $\phi_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ , в плоскости  $\theta = 0$ . За счет оптимизации комплексных коэффициентов отражения облучающего поля от выходов распределительной линии в соответствии с критерием синтеза (15) достигнута минимальная средняя ЭПР решетки на длине волны  $\lambda_1 = 0,33\lambda_0$ . В диаграмме направленности решетки с нормированным шагом  $d/\lambda_0 = 0,25$  уровни контролировались при  $\phi_1 = 102^\circ$  и  $\phi_1 = 113^\circ$ , при  $d/\lambda_0 = 0,5$  значения  $|\dot{\alpha}_{1,2}|$  фиксировались в направлениях  $\phi_1 = 108^\circ$  и  $\phi_1 = 117^\circ$ .

Показано, что при заданных параметрах конструкции и ограничительных условиях формируются распределения токов (12) и (18) с векторами параметров (14) и (20), при которых боковые лепестки диаграмм направленности решеток в секторе углов  $\phi \in [102^\circ; 120^\circ]$  на длине волны  $\lambda_0$  снижаются на 3,2...3,6 дБ при уменьшении ЭПР на длине волны  $\lambda_1$  на 4,6...4,8 дБ.

При последовательной коррекции диаграмм направленности сформированы нули в  $M = 4$  направлениях  $\phi_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Коррекция осуществлялась путем первоначального задания условий  $|\dot{\alpha}_{1,2}| = 0,01$  в направлениях  $\phi_1 = 102^\circ$  и  $\phi_1 = 113^\circ$  при  $d/\lambda_0 = 0,25$  и  $\phi_1 = 108^\circ$  и  $\phi_1 = 117^\circ$  при  $d/\lambda_0 = 0,5$  и последующего подавления локальных экстремумов до уровня  $|\dot{\alpha}_{3,4}| = 0,01$ . Во избежание возрастания дальних лепестков значения  $|\dot{\alpha}_{3,4}|$  фиксировались в направлениях, смещенных относительно угловых положений локальных экстремумов в сторону больших значений  $\phi$  на 1...2°.

Установлено, что за счет синтеза четырех нулей средний уровень боковых лепестков диаграмм направленности решеток дополнительно снижается на 2,4...3,1 дБ.

Выполнена минимизация ЭПР антенных решеток из  $N = 10$  элементов, расположенных с нормированным шагом  $d/\lambda_0 = 0,2$ , при контроле уровней диаграмм направленности  $|\dot{\alpha}_m| = 0,01$ ,





$m=1, \dots, M$ , для  $M=2$  угловых положений  $\varphi_1=30^\circ$  и  $\varphi_2=150^\circ$  и из  $N=15$  при фиксации значений  $|\dot{\alpha}_m|=0,01$ ,  $m=1, \dots, M$ , в  $M=2$  направлениях  $\varphi_1=13^\circ$  и  $\varphi_2=167^\circ$ .

Установлено, что для решетки из  $N=10$  элементов уровень боковых лепестков диаграммы направленности при  $\phi \geq 170^\circ$  повышается примерно на 0,8 дБ, а ЭПР решетки снижается на 4,8 дБ. В диаграмме направленности решетки из  $N=15$  элементов максимальный боковой лепесток в секторе углов  $\phi \geq 170^\circ$  возрастает на 2,3 дБ, снижение ЭПР составляет 5,2 дБ.

При нормированном межэлементном расстоянии  $d/\lambda_0=0,35$  указанные процедуры подавления боковых лепестков диаграмм направленности позволяют снизить их средние уровни на 1,2...1,5 дБ, что сопровождается возрастанием ширины главных лучей примерно в 1,07 раз, а ЭПР решеток из  $N=10$  и  $N=15$  элементов могут быть уменьшены на 4,7...5,3 дБ.

Вследствие ограничения среднего уровня боковых лепестков обеспечивается минимум среднеквадратического отклонения главного луча диаграммы направленности от формы, соответствующей минимальной ЭПР решетки [19]. За счет создания нулей диаграммы направленности на дискретном множестве угловых положений снижаются потери КНД решетки относительно значений, характерным при минимизации среднего уровня боковых лепестков диаграммы направленности и ее среднеквадратического отклонения от заданной формы [19, 20].

**Выводы.** При разработке радиоэлектронных комплексов с высокими показателями устойчивости функционирования и скрытности от средств радиолокационного мониторинга возникает необходимость построения антенных решеток с заданными формами диаграмм направленности и минимальными ЭПР.

Для решения данной задачи обоснована процедура двухэтапного синтеза антенной решетки, заключающаяся в нахождении распределения токов на рабочей длине волны, формирующего требуемую диаграмму направленности при максимально достижимом КНД, и определении комплексных коэффициентов отражения сигналов от выходов распределительной линии для минимизации вторичного излучения. Расчет токов и комплексных коэффициентов отражения выполняется с использованием метода неопределенных множителей Лагранжа при нахождении условных экстремумов функционалов, построенных в соответствии с критериями формирования диаграммы направленности и минимизации ЭПР решетки, и параметров распределения токов, при которых совместно реализуются требуемые характеристики передачи-приема и рассеяния электромагнитных волн. Параметрами варьируемого функционала выступают множители Лагранжа, определяемые путем решения матричных уравнений, полученных при фиксации диаграммы направленности решетки на множестве угловых положений на длинах волн, где выполняются процедуры максимизации КНД и минимизации ЭПР решетки. Значения множителей Лагранжа устанавливают однозначные функциональные взаимосвязи комплексных амплитуд токов с параметрами конструкции антенной системы, для решеток изотропных излучателей параметрами конструкции являются нормированные межэлементные расстояния.

Исследованы закономерности изменения диаграмм направленности линейных эквидистантных антенных решеток при различных угловых положениях и числе точек контроля уровней, а также при последовательной коррекции боковых лепестков за счет подавления локальных максимумов их распределения. Для исключения существенного возрастания дальних боковых лепестков коррекцию диаграммы направленности следует осуществлять в направлениях, смещенных относительно положений локальных экстремумов в сторону больших значений углов на 1...2°.

Установлено, что рациональный выбор направлений, где фиксируются уровни диаграммы направленности, и коэффициентов отражения облучающего поля на входах распределительной



линии достигается снижение ЭПР решетки, необходимое для защиты радиоэлектронного комплекса от средств радиолокационного мониторинга, при сохранении установленных показателей эффективности передачи-приема сигналов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ананьин Э.В., Ваксман Р.П., Патраков Ю.М. Методы снижения радиолокационной заметности // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 4/5. С. 5–21.
2. Львова Л.А. Радиолокационная заметность летательных аппаратов. Снежинск: РФЯЦ ВНИИТФ, 2003. 232 с.
3. Михайлов Г.Д., Сергеев В.И., Соломин Э.А., Воронов В.А. Методы и средства уменьшения радиолокационной заметности антенных систем // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 4/5. С. 36–42.
4. Михайлов Г.Д., Воронов В.А. Перспективы и направления работ по созданию малозаметных антенн бортовых радиоэлектронных комплексов // Оборонная техника, 1995. № 12. С. 35–37.
5. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория / под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. 874 с.
6. Буравлев А.И., Брезгин В.С. Методы оценки эффективности применения высокоточного оружия. М.: Академия Жуковского, 2018. 232 с.
7. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.
8. Шатраков Ю.Г., Ривкин М.Н., Цымбаев Б.Г. Самолетные антенные системы. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.
9. Кашин В.А. Методы фазового синтеза антенных решеток // Зарубежная радиоэлектроника. 1997. № 1. С. 47–60.
10. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.
11. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчета). М.: Радио и связь, 1974. 232 с.
12. Обуховец В.А., Касьянов А.О. Микрорешетчатые отражательные антенные решетки. Методы проектирования и численное моделирование / под ред. В.А. Обуховца. М.: Радиотехника, 2004. 240 с.
13. Попова О.Э., Разиньков С.Н. Синтез сверхширокополосных пеленгационных решеток с нулями парциальных диаграмм направленности // Антенны. 2009. № 4 (143). С. 18–21.
14. Попова О.Э., Разиньков С.Н. Синтез сверхширокополосных дискретных излучающих систем с максимальными энергетическими показателями направленности и нулями парциальных угло-частотных характеристик // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12. № 3. С. 46–53.
15. Метод неопределенных множителей Лагранжа / В.И. Бахтин, И.А. Иванишко, А.В. Лебедев и др. Минск: Издательство БГУ, 2012. 40 с.
16. Разиньков С.Н., Богословский А.В., Лукин М.Ю. Синтез нулей диаграмм направленности резонансных и диапазонных антенных решеток с максимальными коэффициентами направленного действия // Радиотехника. 2017. № 12. С. 44–51.
17. Пономарев Л.И., Попов В.В. Рассеивающие свойства антенн и фазированных решеток. М.: Российский университет дружбы народов. 2003. 144 с.
18. Пономарев Л.И., Степаненко В.И. Сканирующие многочастотные совмещенные антенные решетки. М.: Радиотехника. 2009. 328 с.
19. Разиньков С.Н., Разинькова О.Э., Баранов С.О., Евсеев А.В. Минимизация эффективной площади рассеяния антенной решетки с нулями диаграммы направленности //



Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2021. № 17. С. 218–229. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://академия-ввс.рф/images/data/zhurnal\\_vks/17-2021/218-229.pdf](http://академия-ввс.рф/images/data/zhurnal_vks/17-2021/218-229.pdf) (дата обращения 15.05.2021).

20. Тимошенко А.В., Разиньков С.Н., Разинькова О.Э., Громов Р.В. Современное состояние и задачи совершенствования методических основ построения антенных решеток беспилотных радиотехнических комплексов // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2020. № 14. С. 63–83. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://академия-ввс.рф/images/data/zhurnal\\_vks/14-2020/63-83.pdf](http://академия-ввс.рф/images/data/zhurnal_vks/14-2020/63-83.pdf) (дата обращения 15.05.2021).

#### REFERENCES

1. Anan'in `E.V., Vaksman R.P., Patrakov Yu.M. Metody snizheniya radiolokacionnoj zametnosti // Zarubezhnaya radio`elektronika. 1994. № 4/5. pp. 5–21.

2. L'vova L.A. Radiolokacionnaya zametnost' letatel'nyh apparatov. Snezhinsk: RFYaC VNIITF, 2003. 232 p.

3. Mihajlov G.D., Sergeev V.I., Solomin `E.A., Voronov V.A. Metody i sredstva umen'sheniya radiolokacionnoj zametnosti antennyh sistem // Zarubezhnaya radio`elektronika. 1994. № 4/5. pp. 36–42.

4. Mihajlov G.D., Voronov V.A. Perspektivy i napravleniya rabot po sozdaniyu malozametnyh antenn bortovyh radio`elektronnyh kompleksov // Oboronnaya tehnika, 1995. № 12. pp. 35–37.

5. Radio`elektronnye sistemy: osnovy postroeniya i teoriya / pod red. Ya.D. Shirmana. M.: Radiotekhnika, 2007. 874 p.

6. Buravlev A.I., Brezgin V.S. Metody ocenki `effektivnosti primeneniya vysokotochnogo oruzhiya. M.: Akademiya Zhukovskogo, 2018. 232 p.

7. Neganov V.A., Tabakov D.P., Yarovoj G.P. Sovremennaya teoriya i prakticheskie primeneniya antenn. M.: Radiotekhnika, 2009. 720 p.

8. Shatrakov Yu.G., Rivkin M.N., Cymbaev B.G. Samoletnye antennye sistemy. M.: Mashinostroenie, 1979. 184 p.

9. Kashin V.A. Metody fazovogo sinteza antennyh reshetok // Zarubezhnaya radio`elektronika. 1997. № 1. pp. 47–60.

10. Neganov V.A., Tabakov D.P., Yarovoj G.P. Sovremennaya teoriya i prakticheskie primeneniya antenn. M.: Radiotekhnika, 2009. 720 p.

11. Bahrah L.D., Kremeneckij S.D. Sintez izluchayuschih sistem (teoriya i metody rascheta). M.: Radio i svyaz', 1974. 232 p.

12. Obuhovets V.A., Kas'yanov A.O. Mikropoloskovye otrazhatel'nye antennye reshetki. Metody proektirovaniya i chislennoe modelirovanie / pod red. V.A. Obuhovca. M.: Radiotekhnika, 2004. 240 p.

13. Popova O.`E., Razin'kov S.N. Sintez sverhshirokopolosnyh pelengacionnyh reshetok s nulyami parcial'nyh diagramm napravlenosti // Antenny. 2009. № 4 (143). pp. 18–21.

14. Popova O.`E., Razin'kov S.N. Sintez sverhshirokopolosnyh diskretnyh izluchayuschih sistem s maksimal'nymi `energeticheskimi pokazatelyami napravlenosti i nulyami parcial'nyh uglochastotnyh harakteristik // Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy. 2009. T. 12. № 3. pp. 46–53.

15. Metod neopredelennykh mnozhitel'ej Lagranzha / V.I. Bahtin, I.A. Ivanishko, A.V. Lebedev i dr. Minsk: Izdatel'stvo BGU, 2012. 40 p.

16. Razin'kov S.N., Bogoslovskij A.V., Lukin M.Yu. Sintez nulej diagramm napravlenosti rezonansnyh i diapazonnyh antennyh reshetok s maksimal'nymi ko`efficientami napravlenogo dejstviya // Radiotekhnika. 2017. № 12. pp. 44–51.

17. Ponomarev L.I., Popov V.V. Rasseivayushchie svoystva antenn i fazirovannyh reshetok. M.: Rossijskij universitet druzhby narodov. 2003. 144 p.



18. Ponomarev L.I., Stepanenko V.I. Skaniruyuschie mnogochastotnye sovmeschennye antennye reshetki. M.: Radiotekhnika. 2009. 328 p.

19. Razin'kov S.N., Razin'kova O.`E., Baranov S.O., Evseev A.V. Minimizaciya `effektivnoj ploschadi rasseyaniya antennoj reshetki s nulyami diagrammy napravlenosti // *Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika*. 2021. № 17. pp. 218–229. [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: [http://akademiya-vvs.rf/images/data/zhurnal\\_vks/17-2021/218-229.pdf](http://akademiya-vvs.rf/images/data/zhurnal_vks/17-2021/218-229.pdf) (data obrascheniya 15.05.2021).

20. Timoshenko A.V., Razin'kov S.N., Razin'kova O.`E., Gromov R.V. Sovremennoe sostoyanie i zadachi sovershenstvovaniya metodicheskikh osnov postroeniya antennyh reshetok bespilotnyh radiotekhnicheskikh kompleksov // *Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika*. 2020. № 14. pp. 63–83. [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: [http://akademiya-vvs.rf/images/data/zhurnal\\_vks/14-2020/63-83.pdf](http://akademiya-vvs.rf/images/data/zhurnal_vks/14-2020/63-83.pdf) (data obrascheniya 15.05.2021).

© Разинькова О.Э., 2021

Разинькова Ольга Эдуардовна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, [olga-razinkova@rambler.ru](mailto:olga-razinkova@rambler.ru).