



УДК 623.1/7:519.676
ГРНТИ 78.19.01:27.31.00

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВИАЦИОННЫХ ГРУПП С УЧЕТОМ АЭРОДРОМНО- ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ НА АЭРОДРОМАХ ВРЕМЕННОГО БАЗИРОВАНИЯ

Р.В. ГУНЬКО

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Г.И. ТРИФОНОВ

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

С.В. МИТРОФАНОВА

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

В статье представлена математическая модель функционирования авиационных групп оперативно-тактической авиации в условиях работы аэродромов временного базирования. Разработанная математическая модель позволяет оценить влияние множеств входных показателей, характеризующих интенсивность функционирования авиационных групп. В частности, составлен граф состояний отдельного элемента авиационной группы (системы), составлено уравнение Колмогорова для вероятностей состояний отдельно взятого элемента системы, определена плотность вероятности перехода элемента системы из одного состояния в другое, а также вероятность пребывания всей системы в том или ином состоянии.

Ключевые слова: самолет, авиационная группа, оперативный аэродром, модель, система, плотность вероятности.

MATHEMATICAL MODEL OF THE AVIATION GROUPS FUNCTIONING, TAKING INTO ACCOUNT THE AIRFIELD-TECHNICAL SUPPORT AT TEMPORARY-BASED AIRFIELDS

R.V. GUN'KO

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

G.I. TRIFONOV

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

S.V. MITROFANOVA

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

The article presents a mathematical model of the operational-tactical aviation groups functioning in the conditions of temporary-based airfields operation. The developed mathematical model allows us to evaluate the influence of multiple input indicators that characterize the intensity of the functioning of aviation groups. In particular, a graph of the states of an individual element of an aviation group (system) is compiled, the Kolmogorov equation for the probabilities of states of the system single element is compiled, the probability density of the system element transition from one state to another is determined, as well as the probability of the entire system being in a particular state.

Keywords: aircraft, aviation group, operational airfield, model, system, probability density.

Введение. Повышенная маневренность и автономность подразделений авиационных воинских формирований, минимальное время с момента вызова до нанесения удара по цели определяют необходимость подготовки самолётов в кратчайшие сроки. Техническое обслуживание воздушного судна напрямую зависит от оперативности подачи средства



аэродромно-технического обеспечения, от сил и средств подразделений обеспечения, а также от своевременности перебазирования средств данных на аэродромы временного базирования [1, 2].

Актуальность. На данный момент существует множество способов повышения эффективности системы аэродромно-технического обеспечения, однако для оценки положительного эффекта от внедрения того или иного способа необходимо смоделировать сам процесс аэродромно-технического обеспечения в рамках функционирования авиационной группы. Стоит отметить, что натурное моделирование отдельных элементов системы аэродромно-технического обеспечения не представляется возможным в виду больших финансовых затрат. В частности, на данный момент известна модель функционирования авиационного формирования [3, 4], однако приведенная модель не учитывает процесс перебазирования воздушных судов и средств обеспечения на аэродром временного базирования.

Особенность аэродромно-технического обеспечения авиационных групп на данных аэродромах заключается в необходимости своевременного перебазирования средств обеспечения на данный аэродром. Сложность данной операции заключается в том, что средняя скорость перебазирования данных средств в разы ниже скорости перебазирования авиационной группы из-за чего первый вылет воздушного судна с аэродрома временного базирования происходит с большой задержкой. Таким образом, наиболее эффективным способом перебазирования средств обеспечения на аэродром временного базирования является перебазирование на внешней подвеске воздушного судна, то есть использование аэромобильного комплекта средств аэродромно-технического обеспечения.

Постановка задачи для достижения цели моделирования формулируется следующим образом.

Дано:

расстояние от постоянного до оперативного аэродрома L , км; среднее время перебазирования авиационной группы и средств АТО $t_{пер}$, час; среднее время (продолжительность) полёта $t_{пол}$, час; среднее время между вылетами $t_{выл}$, час; продолжительность моделируемой операции $T_{оп}$, час; коэффициент отхода в текущий (войсковой) ремонт $k_{тр}$; коэффициент отхода в средний ремонт $k_{ср}$; коэффициент отхода в капитальный ремонт $k_{кр}$; коэффициент отхода в безвозвратные потери $k_{бп}$; количество самолетов в авиационной группе N , шт; средний налёт на отказ и повреждение T_c , час; средний налёт на авиационное происшествие $T_{ап}$, час; среднее время (продолжительность) подготовки воздушного судна (ВС) к полёту $t_{подг}$, час; среднее время выполнения текущего (войскового) ремонта $t_{тр}$, час.

Найти:

количество выполненных самолётов-вылетов за всё время боевых действий без учёта возможности использования комплекта аэромобильных средств аэродромно-технического обеспечения авиационной групп (АГ) и с учётом такой возможности.

При разработке модели использовался метод динамики средних [3].

При составлении математической модели были приняты следующие допущения:

авиационная группа имеет однотипные ВС; процесс, переводящий ВС из состояния в состояние, является Марковским; исходные коэффициенты отхода самолётов в безвозвратные потери и различные виды ремонта остаются неизменными по периодам или дням; интенсивность вылетов, задаваемая временем между вылетами, может изменяться не только по дням функционирования АГ, но и в течение суток.

Тогда авиационная группа может быть представлена в виде системы S , которая в течение непрерывного времени может занимать ряд дискретных состояний [4]:

$$S_1, S_2, S_3, S_4 \dots S_n. \quad (1)$$

В таком случае вероятность пребывания системы в i -м состоянии в момент времени t будет обозначаться $p_i(t)$. Однако, так как авиационная группа представлена не одним воздушным



судном, а множеством, целесообразно использовать метод динамики средних, который подразумевает рассмотрение отдельно взятого элемента системы и его переход из одного дискретного состояния в другое [3].

Первым этапом разработки математической модели является составление размеченного графа состояний отдельного элемента системы. Модель функционирования воздушного судна на аэродроме временного базирования может включать семь состояний: перебазирование АГ и средств аэродромно-технического обеспечения; аэродромно-техническое обеспечение боевых действий АГ; ожидание команды на вылет; выполнение полета АГ; войсковой ремонт; требует заводского ремонта; безвозвратные потери. Так как математическая модель описывает функционирование АГ на аэродроме временного базирования, то состояние требует заводского ремонта, включает два состояния: требует среднего ремонта и капитального ремонта. Размеченный граф состояний представлен на рисунке 1.

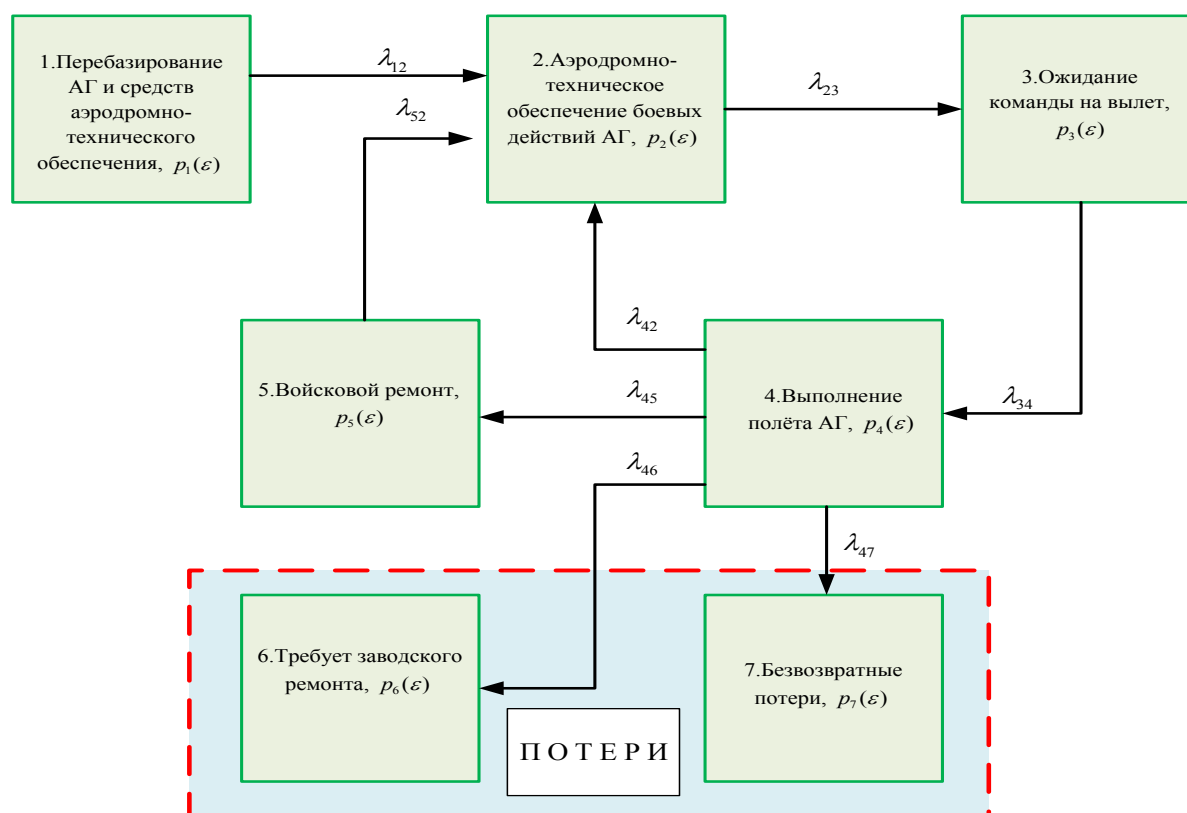


Рисунок 1 – Размеченный граф состояний отдельного элемента системы

Очевидно, что пребывание элемента системы в состоянии со второго по седьмое возможно только после перебазирования на оперативный аэродром [5], тогда среднее время использования воздушных судов по назначению:

$$t_{ин} = T_{он} - t_{пер}, \quad (2)$$

где $t_{ин}$ – среднее время использования воздушных судов по назначению, час.

Таким образом, данный показатель напрямую зависит от среднего времени перебазирования АГ и средств аэродромно-технического обеспечения, а также непосредственно влияет на общее количество самолетовывлетов выполняемых АГ.

Следующим этапом разработки данной модели будет составление уравнения Колмогорова [3, 4] для вероятностей состояний отдельно взятого элемента.



Составим уравнение Колмогорова для наиболее сложного, с точки зрения описания процесса, состояния, а после запишем уравнение Колмогорова для остальных состояний. Рассмотрим вероятность пребывания элемента системы в четвертом состоянии.

Элемент может находиться в данном состоянии только в случае, если за время Δt элемент непосредственно находился в состоянии $p_4(\varepsilon)$ и не перешел в состояния $p_2(\varepsilon)$, $p_5(\varepsilon)$, $p_6(\varepsilon)$, $p_7(\varepsilon)$, либо элемент находился в состоянии $p_3(\varepsilon)$ и успел перейти в состояние $p_4(\varepsilon)$. Тогда уравнение, описывающее вероятность пребывания элемента в четвертом состоянии, примет вид:

$$p_4(t + \Delta t) = p_4(t) \cdot (1 - \lambda_{42}\Delta t - \lambda_{45}\Delta t - \lambda_{46}\Delta t - \lambda_{47}\Delta t) + p_3(t) \cdot \lambda_{34}\Delta t. \quad (3)$$

Раскроем скобки в правой части, перенесем $p_4(\varepsilon)$ в левую часть уравнения и разделим обе части равенства на Δt :

$$\frac{p_4(t + \Delta t) - p_4(t)}{\Delta t} = -\lambda_{42}p_4(t) - \lambda_{45}p_4(t) - \lambda_{46}p_4(t) - \lambda_{47}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t). \quad (4)$$

Теперь устремим Δt к нулю и перейдем к пределу:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_4(t + \Delta t) - p_4(t)}{\Delta t} = -\lambda_{42}p_4(t) - \lambda_{45}p_4(t) - \lambda_{46}p_4(t) - \lambda_{47}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t). \quad (5)$$

Левая часть есть, ничто иное как, производная от функции $p_4(\varepsilon)$:

$$\frac{dp_4(t)}{dt} = -\lambda_{42}p_4(t) - \lambda_{45}p_4(t) - \lambda_{46}p_4(t) - \lambda_{47}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t). \quad (6)$$

Таким образом, выведено дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять функция $p_4(t)$. Аналогичные дифференциальные уравнения могут быть выведены и для остальных вероятностей состояния. Тогда система дифференциальных уравнений, описывающая вероятность пребывания элемента системы в том или ином состоянии, будет иметь вид [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1(t)}{dt} = -\lambda_{12}p_1(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = -\lambda_{23}p_2(t) + \lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{42}p_4(t) + \lambda_{52}p_5(t) \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = -\lambda_{34}p_3(t) + \lambda_{23}p_2(t) \\ \frac{dp_4(t)}{dt} = -\lambda_{42}p_4(t) - \lambda_{45}p_4(t) - \lambda_{46}p_4(t) - \lambda_{47}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t) \\ \frac{dp_5(t)}{dt} = -\lambda_{52}p_5(t) + \lambda_{45}p_4(t) \\ \frac{dp_6(t)}{dt} = \lambda_{56}p_5(t) \\ \frac{dp_7(t)}{dt} = \lambda_{57}p_5(t) \end{array} \right. \quad (7)$$



Начальные условия для приведенной системы дифференциальных уравнений будут следующие:

$$p_1 = 1, p_2 = 0, p_3 = 0, p_4 = 0, p_5 = 0, p_6 = 0, p_7 = 0. \quad (8)$$

Следующим этапом разработки модели является определение плотности вероятности перехода элемента системы из состояния в состояние. Используя исходные данные, запишем равенства, описывающие плотности вероятности перехода для каждого состояния. Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Перебазирование АГ и средств аэродромно-технического обеспечения» в состояние «Аэродромно-техническое обеспечение функционирования АГ» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{12} = \frac{T_{on}}{t_{пер}}. \quad (9)$$

Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Аэродромно-техническое обеспечение функционирования АГ» в состояние «Ожидание команды на вылет» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{23} = \frac{P_{исп}}{t_{подг}}, \quad (10)$$

где $P_{исп}$ – вероятность исправного состояния воздушного судна и равно

$$P_{исп} = e^{-\frac{t_{пол}}{T_c}}. \quad (11)$$

Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Ожидание команды на вылет» в состояние «Выполнение полета» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{34} = \frac{1}{60(t_{выл} - t_{подг})}. \quad (12)$$

Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Выполнение полета» в состояние «Аэродромно-техническое обеспечение функционирования АГ» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{42} = \frac{1 - k_{он} - k_{кр} - k_{ср} - k_{мп}}{60t_{пол}}. \quad (13)$$

Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Выполнение полета» в состояние «Войсковой ремонт» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{45} = \frac{k_{мп}}{60t_{пол}}. \quad (14)$$

Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Выполнение полета» в состояние «Требуется заводской ремонт» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{46} = \frac{k_{кр} + k_{ср}}{60t_{пол}}. \quad (15)$$



Плотность вероятности перехода элемента системы из состояния «Выполнение полета» в состояние «Безвозвратные потери» будет описываться следующим выражением:

$$\lambda_{47} = \frac{k_{\text{он}}}{60t_{\text{пол}}} \quad (16)$$

Следующим этапом разработки модели является определение вероятности пребывания всей системы в том или ином состоянии, путем умножения левой и правой части каждого из уравнений (7) на число элементов N , и ввода числа N под знак производной (аргумент t для кратности отброшен) [3, 7], в результате получаем:

$$\begin{cases} \frac{dNp_1}{dt} = -\lambda_{12}Np_1 \\ \frac{dNp_2}{dt} = -\lambda_{23}Np_2 + \lambda_{12}Np_1 + \lambda_{42}Np_4 + \lambda_{52}Np_5 \\ \frac{dNp_3}{dt} = -\lambda_{34}Np_3 + \lambda_{23}Np_2 \\ \frac{dNp_4}{dt} = -\lambda_{42}Np_4 - \lambda_{45}Np_4 - \lambda_{46}Np_4 - \lambda_{47}Np_4 + \lambda_{34}Np_3 \cdot \\ \frac{dNp_5}{dt} = -\lambda_{52}Np_5 + \lambda_{45}Np_4 \\ \frac{dNp_6}{dt} = \lambda_{56}Np_5 \\ \frac{dNp_7}{dt} = \lambda_{57}Np_5 \end{cases} \quad (17)$$

Далее необходимо найти среднее значение элементов системы, которые пребывают в i -ом состоянии. Для этого определим математическое ожидание данной величины:

$$\begin{cases} m_i(t) = M[X_i(t)] = \sum_{i=1}^N M[X_i(t)] \\ X_1(t) + X_2(t) + X_3(t) + \dots + X_n(t) = N. \end{cases} \quad (18)$$

Тогда система дифференциальных уравнений (17) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -\lambda_{12}m_1 \\ \frac{dm_2}{dt} = -\lambda_{23}m_2 + \lambda_{12}m_1 + \lambda_{42}m_4 + \lambda_{52}m_5 \\ \frac{dm_3}{dt} = -\lambda_{34}m_3 + \lambda_{23}m_2 \\ \frac{dm_4}{dt} = -\lambda_{42}m_4 - \lambda_{45}m_4 - \lambda_{46}m_4 - \lambda_{47}m_4 + \lambda_{34}m_3 \cdot \\ \frac{dm_5}{dt} = -\lambda_{52}m_5 + \lambda_{45}m_4 \\ \frac{dm_6}{dt} = \lambda_{56}m_5 \\ \frac{dm_7}{dt} = \lambda_{57}m_5 \end{cases} \quad (19)$$



Тогда общее количество самолетовылетов, выполненных авиационной группой в период $t_{ин}$, будет определяться по формуле:

$$n(t) = \frac{P_4(t) \cdot t_{ин}}{60 \cdot t_{пол}} \quad (20)$$

Выводы. Разработана математическая модель, позволяющая оценить влияние множеств входных показателей, характеризующих интенсивность функционирования авиационных групп, эксплуатационно-технические характеристики ВС, расстояние до оперативного аэродрома и систему аэродромно-технического обеспечения на количество самолётовылетов, выполняемых авиационной группой при ведении полетов с аэродромов временного базирования. Также, анализ данной модели дает возможность утверждать, что одним из основных путей увеличения количества самолетовылетов, выполненных авиационной группой с аэродромов временного базирования, является сокращение времени перебазирования средств аэродромно-технического обеспечения на данный аэродром.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Просвирин С.А., Морозов С.И. Применение потенциальным противником высокоточных средств поражения по аэродромам базирования оперативно-тактической авиации // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2019. № 10. С. 20–28. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://академия-ввс.рф/images/docs/vks/10-2019/20-28.pdf> (дата обращения 12.01.2021).
2. Фисенко Н.А. Анализ влияния тенденций развития средств воздушного нападения противника, форм и способов их боевого применения на живучесть базирования авиации // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2017. № 3. С. 32–38. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://академия-ввс.рф/images/docs/vks/3-2017/32-38.pdf> (дата обращения 12.01.2021).
3. Венцель Е.С. Введение в исследование операций. М.: Советское радио, 1964. С. 145–157.
4. Венцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: Советское радио, 1988. С. 164–205.
5. Корень А.В. Пути повышения эффективности управления аэропортовой системой Российской Федерации. Транспорт Российской Федерации. Вып. № 5 (66). 2016. С. 44–46.
6. Краснов М.Л., Макаренко Г.И. Вся высшая математика. Т. 3. М.: КД Либкором, 2012. С. 190–198.
7. Голушко И.М. Основы моделирования и автоматизации управления тылом. М.: Воениздат, 1982. С. 137–145.

REFERENCES

1. Prosvirin S.A., Morozov S.I. Primenenie potencial'nyh protivnikom vysokotochnyh sredstv porazheniya po a`erodromam bazirovaniya operativno-takticheskoy aviacii // Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika. 2019. № 10. pp. 20–28. [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://akademiya-vvs.rf/images/docs/vks/10-2019/20-28.pdf> (data obrascheniya 12.01.2021).
2. Fisenko N.A. Analiz vliyaniya tendencij razvitiya sredstv vozdushnogo napadeniya protivnika, form i sposobov ih boevogo primeneniya na zhivuchest' bazirovaniya aviacii // Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika. 2017. № 3. pp. 32–38. [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://akademiya-vvs.rf/images/docs/vks/3-2017/32-38.pdf> (data obrascheniya 12.01.2021).
3. Vencel' E.S. Vvedenie v issledovanie operacij. M.: Sovetskoe radio, 1964. pp. 145–157.
4. Vencel' E.S. Issledovanie operacij: zadachi, principy, metodologiya. M.: Sovetskoe radio, 1988. pp. 164–205.



5. Koren' A.V. Puti povysheniya `effektivnosti upravleniya a`eroportovoj sistemoj Rossijskoj Federacii. Transport Rossijskoj Federacii. Vyp. № 5 (66). 2016. pp. 44–46.

6. Krasnov M.L., Makarenko G.I. Vsyа vysshaya matematika. T. 3. M.: KD Libkorom, 2012. pp. 190–198.

7. Golushko I.M. Osnovy modelirovaniya i avtomatizacii upravleniya tyлом. M.: Voenizdat, 1982. pp. 137–145.

© Гунько Р.В., Трифонов Г.И., Митрофанова С.В., 2021

Гунько Роман Викторович, адъюнкт, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, roman-gunko@mail.ru.

Трифонов Григорий Игоревич, младший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, trifonov_gi@mail.ru.

Митрофанова Светлана Викторовна, младший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, mitrofanova85@mail.ru.