



УДК 539.32:519.873
ГРНТИ 90.27.32:30.19.15

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ

*С.Ю. ЖАЧКИН, доктор технических наук, профессор
«Воронежский государственный технический университет» (г. Воронеж)*

*Н.А. ПЕНЬКОВ, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

*А.С. ЧЕБОТАРЕВ, кандидат физико-математических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

*Г.И. ТРИФОНОВ
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

В статье рассмотрена задача определения напряжений, возникающих во вращающемся полом цилиндра, который находится в зоне действия стационарного теплового потока. Исследована модель однородного идеально упругого тела в рамках механики сплошных сред. Для определения связи напряжений и упругих деформаций используется закон Гука. Представлен анализ распределения главных компонент напряжений по толщине полого цилиндра. Сделаны выводы о полноте определения предела прочности металлического полого цилиндра.

Ключевые слова: напряжения, температура, деформации, закон Гука, гальваническое хромовое покрытие, цилиндр.

INFLUENCE OF THERMOPHYSICAL PROCESSES ON THE DISTRIBUTION OF STRESSES AND DEFORMATIONS IN A ROTATING HOLLOW CYLINDER

*S.YU. ZHACHKIN, Doctor of Technical sciences, Professor
Voronezh State Technical University (Voronezh)*

*N.A. PENKOV, Candidate of Technical sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

*A.S. CHEBOTAREV, Candidate of Physical and Mathematical sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

*G.I. TRIFONOV
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

The article deals with the problem of determining the stresses arising in a rotating hollow cylinder that is located in the stationary heat flow action zone. A model of a homogeneous ideally elastic body is studied in the framework of continuum mechanics. Hooke's law is used to determine the relationship between stresses and elastic deformations. The analysis of the distribution of the principal stress components over the thickness of a hollow cylinder is presented. Conclusions are drawn about the completeness of determining the strength limit of a metal hollow cylinder.

Keywords: stresses, temperature, deformations, Hooke's law, electroplated chrome coating, cylinder.

Введение. Развитие конструкций машин происходит при постоянном стремлении к увеличению их производительности, что почти всегда сопровождается повышением механической и тепловой напряженности подвижных сопряжений деталей [1]. При этом



ставятся задачи достижения высокой надежности и долговечности машины, снижения ее массы, сокращения расхода дефицитных материалов. Известно, что повышение долговечности машины даже в небольшой степени ведет к значительной экономии металла, уменьшению затрат на производство запасных деталей; сокращается число и объем ремонтов, а, следовательно, увеличивается количество фактически работающих машин [2].

Поэтому проблема повышения срока эксплуатации изделий и деталей, особенно в тех случаях, где их замена или ремонт (восстановление) по различным причинам невозможны или неоправданно дорогостоящи, является актуальной. Одним из эффективных направлений решения этой проблемы является нанесение защитных износостойких покрытий с целью упрочнения и восстановления деталей (рисунок 1).

Основным источником информации о параметрах и технологических особенностях существующих способах нанесения покрытия, в частности о физико-механических и теплофизических показателях формирования покрытия, остается эксперимент. Следовательно, при планировании использования технологии большое значение приобретает построение формальной модели при широком применении математических методов планирования.

При исследовании физико-механических и теплофизических характеристик детали, после нанесения функционального покрытия, применение математического моделирования весьма трудоемкий и сложный процесс.

В настоящее время в области теплофизики и механики сплошных сред при их аналитических и экспериментальных исследованиях появилась тенденция использования вычислительных комплексов для проведения инженерных расчетов. Системы уравнений, которые помогают оценить напряжения и упругие деформации детали (закон Гука), используют в качестве основного методологического подхода.



Рисунок 1 – Способы восстановления и упрочнения деталей

Следовательно, при проведении анализа напряжений, возникающих в детали, находящейся в зоне действия стационарного теплового потока, можно выделить специфические проблемы, характеризующие конкретную деталь и её функциональный слой. В частности, появляется необходимость моделирования систем уравнений по определению предела прочности детали.



В процессе деформирования в наиболее нагруженных зонах деталей машин происходит накопление микрповреждений. Следствием такого процесса является повышение интенсивности макродеформирования нагруженных участков рабочих агрегатов [3]. Деформации такого типа оказывают существенное влияние на прочность и, как следствие, выносливость деталей.

Актуальность. Расчет на прочность деталей машин методами сопротивления материалов не позволяет в достаточной степени использовать их ресурс. В рамках допущений механики сплошных сред представлен расчет распределения напряжений по толщине нагружаемой втулки, позволяющий судить о положении опасного сечения и динамике развития главных компонент тензора напряжений в нём.

В представленной статье рассмотрен процесс деформирования металлической втулки, восстановленной хромированием в гальванической ванне [4, 5]. В расчетах учтено вращение детали и действие теплового потока во время нанесения покрытия. Наличие вращения, как показывают расчеты, оказывает непосредственное влияние на распределение напряжений и деформаций в формируемом слое хрома [6–8].

Постановка задачи. В приближении трехмерного напряженного состояния рассматривается задача о толстостенном цилиндрическом резервуаре, вращающемся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью и подверженном воздействию стационарного теплового потока [9, 10]. Выбирается цилиндрическая система координат $\rho\theta z$. Ось z проходит через центр цилиндра. Для проведения анализа напряженно-деформированного состояния используется модель изотропного идеального упругого тела. Внешняя объемная сила, действующая на цилиндр – сила инерции.

Определим напряжения и деформации в упругой области. Условие упругости запишем в виде:

$$\begin{cases} \varepsilon_r - \alpha T = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) \\ \varepsilon_\theta - \alpha T = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) \\ \varepsilon_z - \alpha T = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)) \end{cases} \quad (1)$$

где ε_i – величина малой деформации в направлении главных осей тензора напряжений, σ_i – главные значения тензора напряжений, α – коэффициент температурного расширения, ν – коэффициент Пуассона [11].

Полагаем, что при соотношении длины цилиндра к его радиусу большем или равном $5\left(\frac{l}{d} \geq 5\right)$ перемещением вдоль оси цилиндра можно пренебречь: $w=0$. Следовательно, $\varepsilon_z=0$ и третье уравнение из (1) даёт:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) - \alpha ET. \quad (2)$$

Выражаем σ_z , подставляя (1) в уравнение (2). Система (1) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \varepsilon_r - (1+\nu)\alpha T = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_r - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_\theta\right) \\ \varepsilon_\theta - (1+\nu)\alpha T = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_\theta - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_r\right) \end{cases} \quad (3)$$



Система уравнений (3) позволяет определить искомые напряжения и деформации в цилиндре. Однако, имея в своем составе два уравнения, представленная система уравнений содержит четыре неизвестных.

Выбирая неинерциальную систему отсчета, связанную с вращающимся цилиндром, уравнение равновесия будет иметь вид [12]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho w^2 r = 0, \quad (4)$$

где ρ – плотность материала цилиндра, кг/м³, w – угловая скорость вращения цилиндра вокруг собственной оси, 1/с.

Геометрические уравнения деформации сплошной среды (уравнения Коши) [13]:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad (5)$$

где u – радиальные перемещения при деформации.

Выражая σ_r и σ_θ из системы уравнений (3) и подставляя полученные значения в уравнение равновесия, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно модуля вектора перемещения:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} + \frac{\rho w^2 (1-\nu^2)}{E} r = (1+\nu) \alpha \frac{dT}{dr}. \quad (6)$$

В более удобной форме для интегрирования перепишем дифференциальное уравнение в виде:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right) = (1+\nu) \alpha \frac{dT}{dr} - \frac{\rho w^2 (1-\nu^2)}{E} r. \quad (7)$$

Для определения закона изменения перемещений необходимо задать поле температур в зоне рассматриваемого цилиндра. Положим, что в рассматриваемом случае имеет место стационарный тепловой поток [14]:

$$T(r) = \frac{T_b - T_a}{\ln \frac{b}{a}} \ln \frac{b}{r}, \quad (8)$$

где температура внутри цилиндра – T_a , температура окружающей среды – T_b .

В принятых допущениях для перемещений будем иметь:

$$u = -\frac{\rho w^2 (1-\nu^2)}{8E} r^3 - \frac{\alpha (1+\nu) (T_b - T_a)}{4 \ln \frac{r_b}{r_a}} r \ln r + \left(\frac{\alpha (1+\nu) (T_b - T_a)}{4 \ln \frac{r_b}{r_a}} - \frac{C^1}{2} \right) r + \frac{C^2}{r}. \quad (9)$$

Определяем значения главных компонент напряжения путем подстановки (9) в (5) и (3):



$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\begin{array}{l} -\frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)(3+\nu)}{8E}r^2 - \frac{\alpha(1+\nu)(T_b-T_a)}{2\ln\frac{r_b}{r_a}}\ln r - \\ -(1-\nu)C^2\frac{1}{r^2} - \frac{\alpha(1+\nu^2)(T_b-T_a)}{4\ln\frac{r_b}{r_a}} - \frac{1+\nu}{2}C^1 - (1+\nu)\alpha T \end{array} \right). \quad (10)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\begin{array}{l} -\frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)(1+3\nu)}{8E}r^2 - \frac{\alpha(1+\nu)(T_b-T_a)}{2\ln\frac{r_b}{r_a}}\ln r - \\ -(1-\nu)C^2\frac{1}{r^2} - \frac{\alpha(1-\nu^2)(T_b-T_a)}{4\ln\frac{r_b}{r_a}} - \frac{1+\nu}{2}C^1 - (1+\nu)\alpha T \end{array} \right). \quad (11)$$

Для осевой компоненты напряжения, с учетом (2) получим:

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left(-\frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)}{2E}r^2 - \frac{\alpha(1+\nu)(T_b-T_a)}{\ln\frac{r_b}{r_a}}\ln r - \frac{2\alpha\ln\frac{r_b}{r}(T_b-T_a)}{\ln\frac{r_b}{r_a}} - C^1 \right). \quad (12)$$

Постоянные интегрирования C^1 и C^2 определяются из граничных условий. При $r=r_b$: $\sigma_r=0$, поскольку на внешней границе нет внешних воздействий. При $r=r_a$: $\sigma_\theta=0$, так как нет трещин в месте контакта деталь-покрытие.

Таким образом, для постоянных интегрирования будем иметь:

$$C^1 = \frac{r_b^2}{2(r_b^2+r_a^2)} \left(\begin{array}{l} \frac{\rho\omega^2(1-\nu)(1+3\nu-(3+\nu)r_b^2)}{2E} - \\ -\frac{\alpha(2(1+\nu)\ln r_b+1-\nu)(T_b-T_a)}{\ln\frac{r_b}{r_a}} \end{array} \right) - \frac{q\omega^2(1-\nu)(1+3\nu)}{4E}. \quad (13)$$

$$C^2 = \frac{r_a^2r_b^2(1+\nu)}{4(1-\nu)(r_b^2+r_a^2)} \left(\begin{array}{l} \frac{\rho\omega^2(1-\nu)(1+3\nu-(3+\nu)r_b^2)}{2E} - \\ -\frac{\alpha(2(1+\nu)\ln r_b+1-\nu)(T_b-T_a)}{\ln\frac{r_b}{r_a}} \end{array} \right). \quad (14)$$

Результаты вычислений. Рассчитаем величину напряжений втулки. Зададим внутренний радиус цилиндра: $a=49,7\cdot 10^{-3}$ м и внешний радиус $b=50\cdot 10^{-3}$ м. Температура у внешней границы цилиндра равна температуре электролита хромирования: $T_a=36$ °С. Температуру на внутренней поверхности примем равной $T_b=0$ °С (температура окружающей среды).



Для рассматриваемого материала втулки значения модуля Юнга: $E = 200$ ГПа, коэффициента температурного расширения $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-4}$, коэффициента Пуассона $\nu = 0,3$.

Подставляя значения постоянных интегрирования в выражения для главных компонент тензора напряжений окончательно получим:

$$\begin{cases} \sigma_r = 4.62 \cdot 10^7 \cdot r^2 - 0.88 \cdot 10^{11} \cdot \ln r - 77 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{r^2} - 10.08 \cdot 10^{11} \\ \sigma_\theta = -0.26 \cdot 10^8 \cdot r^2 + 0.88 \cdot 10^{11} \cdot \ln r + 3.08 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{r^2} - 6.71 \cdot 10^{11} \\ \sigma_z = -21.97 \cdot 10^6 \cdot r^2 + 0.52 \cdot 10^{11} \cdot \ln r - 4.3 \cdot 10^{11} \end{cases} \quad (15)$$

На рисунке 2 показаны графики зависимости главных компонент тензора напряжений от значения радиуса втулки.

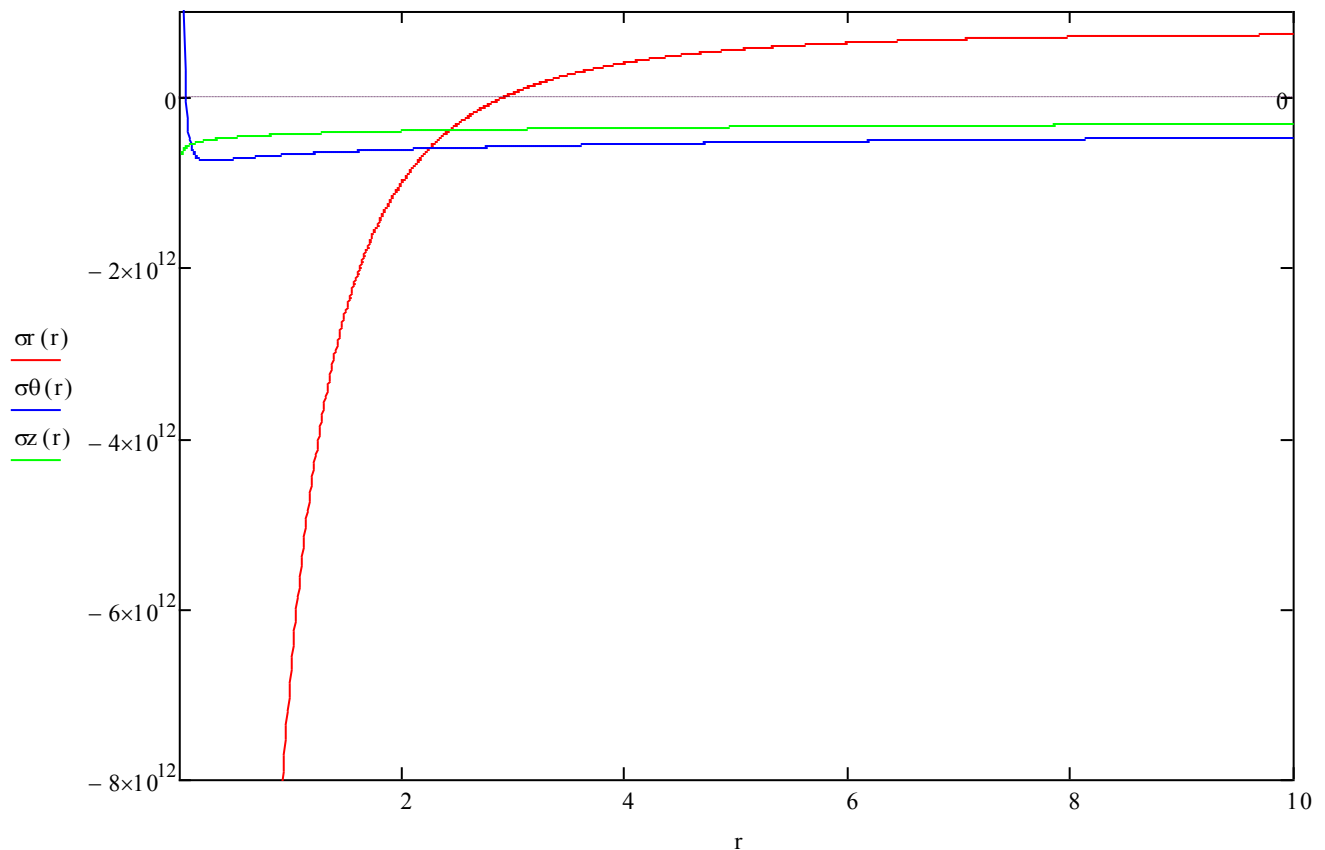


Рисунок 2 – График зависимости главных компонент тензора напряжений как функций радиуса цилиндра

Выводы. Анализ полученного распределения главных компонент тензора напряжений в формируемом гальваническом композитном покрытии показал, что растягивающие напряжения создает угловая составляющая напряжения. Однако, её действие может быть скомпенсировано другими компонентами напряжений. Это может быть достигнуто соответствующим выбором режимов осаждения.

Для определения предела прочности металлической втулки предложенного подхода определения внутренних напряжений недостаточно. Необходимо рассмотрение зоны пластичности нагружаемой детали.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крагельский И.В., Алисин В.В. Трение, изнашивание, смазка. Справочник // М.: Машиностроение, 1978. Книга 1. 400 с.
2. Пузряков А.Ф. Теоретические основы технологии плазменного напыления: учеб. пособие / А.Ф. Пузряков. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Е. Баумана, 2008. 360 с.
3. Жачкин С.Ю., Пеньков Н.А. Восстановление гидрораспределителей сельскохозяйственной техники композитным гальваническим покрытием на основе хромовой матрицы // Труды ГОСНИТИ, 2012. Т. 109. Часть 2. С. 89–93.
4. Жачкин С.Ю. Холодное гальваноконтактное восстановление деталей. Воронеж: ВГТУ, 2002. 138 с.
5. Кудрявцев Н.Т. Электролитические покрытия металлами // Москва: Химия. 1979. 352 с.
6. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Изд. 5-е перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
7. Эрден-Груз Т. Основы строения материи. М.: Мир, 1976. 488 с.
8. Васильев Л.Л., Танаева С.А. Теплофизические свойства пористых материалов. Минск: Наука и техника, 1971. 265 с.
9. Тимошенко С.П., Дж. Гудьер. Теория упругости. Москва: Наука. 1975. 576 с.
10. Беляев Н.М. Сопrotivление материалов. Москва: Наука. 1965. 856 с.
11. Биргер И.А. Сопrotivление материалов. Москва: Наука. 1986. 560 с.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука. 1976. 536 с.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука. 1988. 248 с.
14. Ильющенко А.Ф., Шевцов А.И., Оковитый В.А., Громыко Г.Ф. Процессы формирования газотермических покрытий и их моделирование // Минск: Беларус. навука, 2011. 357 с.

REFERENCES

1. Kragel'skij I.V., Alisin V.V. Trenie, iznashivanie, smazka. Spravochnik // M.: Mashinostroenie, 1978. Kniga 1. 400 p.
2. Puzryakov A.F. Teoreticheskie osnovy tehnologii plazmennogo napyleniya: ucheb. posobie / A.F. Puzryakov. M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2008. 360 p.
3. Zhachkin S.Yu., Pen'kov N.A. Vosstanovlenie gidroraspredelitelej sel'skohozyajstvennoj tehniki kompozitnym gal'vanicheskim pokrytiem na osnove hromovoj matricy // Trudy GOSNITI, 2012. T. 109. Chast' 2. pp. 89–93.
4. Zhachkin S.Yu. Holodnoe gal'vanokontaktное vosstanovlenie detalej. Voronezh: VGTU, 2002. 138 p.
5. Kudryavcev N.T. `Elektroliticheskie pokrytiya metallami // Moskva: Himiya. 1979. 352 p.
6. Kutateladze S.S. Osnovy teorii teploobmena. Izd. 5-e pererab. i dop. M.: Atomizdat, 1979. 416 p.
7. `Erden-Gruz T. Osnovy stroeniya materii. M.: Mir, 1976. 488 p.
8. Vasil'ev L.L., Tanaeva S.A. Teplofizicheskie svojstva poristyh materialov. Minsk: Nauka i tehnika, 1971. 265 p.
9. Timoshenko S.P., Dzh. Gud'er. Teoriya uprugosti. Moskva: Nauka. 1975. 576 p.
10. Belyaev N.M. Soprotivlenie materialov. Moskva: Nauka. 1965. 856 p.
11. Birger I.A. Soprotivlenie materialov. Moskva: Nauka. 1986. 560 p.
12. Sedov L.I. Mehanika sploshnoj sredy. T. 1. M.: Nauka. 1976. 536 p.
13. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoriya uprugosti. M.: Nauka. 1988. 248 p.
14. Il'yuschenko A.F., Shevcov A.I., Okovityj V.A., Gromyko G.F. Processy formirovaniya gazotermicheskikh pokrytij i ih modelirovanie // Minsk: Belarus. navuka, 2011. 357 p.



© Жачкин С.Ю., Пеньков Н.А., Чеботарев А.С., Трифонов Г.И., 2020

Жачкин Сергей Юрьевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизированного оборудования машиностроительного производства, «Воронежский государственный технический университет», Россия, 394026, г. Воронеж, Московский проспект, 14, zhach@list.ru.

Пеньков Никита Алексеевич, кандидат технических наук, начальник лаборатории научно-исследовательского центра (образовательных и информационных технологий), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, myth_np_nikit@mail.ru.

Чеботарев Андрей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.

Трифонов Григорий Игоревич, младший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, trifonov_gi@mail.ru.