УДК 358.4:[517+004.42]
ГРНТИ 78.01.83

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЙ АЭРОДРОМНОЙ СЕТИ БАЗИРОВАНИЯ АВИАЦИИ ПОСЛЕ НАНЕСЕНИЯ УДАРА ПРОТИВНИКОМ

В.И. МЕЩЕРЯКОВ, кандидат военных наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
А.Ф. ТАРАКАНОВ, доктор физико-математических наук, профессор
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
В.А. СТЕПАННИКОВ, кандидат экономических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

В статье рассмотрены вероятности состояния взлетно-посадочной полосы отдельного аэродрома и сети аэродромов с использованием теоретико-вероятностных методов. Описана разработанная авторами компьютерная программа проведения автоматических расчетов для подбора вариантов распределения восстановительных команд по объектам восстановления для обеспечения наибольшего количества готовых к эксплуатации аэродромов.

Ключевые слова: аэродромная сеть, восстановительная команда, система массового обслуживания, граф состояний.

METHODOLOGY FOR ASSESSING THE CONDITIONS OF AN AIRFIELD NETWORK BASING OF AVIATION AFTER IMPACT OF AN ENEMY STRIKE

V.I. MESHCHERYAKOV, Candidate of Technical sciences, Associate Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
A.F. TARAKANOV, Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
V.A. STEPANNIKOV, Candidate of Economic sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

The article considers the probabilities of the runway state of a separate airfield and a network of airfields using probability-theoretic methods. The article describes the computer program developed by the authors for performing automatic calculations for selecting options for distribution of recovery teams across recovery facilities to ensure the largest number of ready-to-operate airfields.

Keywords: airfield network, recovery team, Queuing system, state graph.

Введение. При рассмотрении опыта ведения боевых действий и локальных войн необходимо отметить, что аэродром является одной из приоритетных целей противника. Если рассматривать аэродромную сеть в целом, то существует вероятность, что будут поражены не только авиационные комплексы, но также силы и средства, предназначенные для восстановления аэродромов. Восстановительные команды, предназначенные для ускоренного восстановления взлетных полос и инфраструктуры, могут быть частично или полностью уничтожены. В данном конкретном случае мы рассматриваем методику оценки вероятности состояний взлетно-посадочной полосы (ВПП) аэродрома от числа восстановительных команд, после авиационного удара противника.

Актуальность. Рассматривается методика оценки вероятности состояний ВПП аэродрома от числа восстановительных команд, после воздушного удара противника. Одним из возможных направлений решения является разработка компьютерной программы для проведения расчетов на основе значений начальных параметров.

Цель статьи – рассмотреть вероятности состояния взлетно-посадочной полосы отдельного аэродрома и сети аэродромов после нанесения удара противником, а также предложить методику оценки вероятности состояний ВПП аэродрома, а также компьютерную программу для проведения автоматических расчетов вариантов распределения восстановительных команд по объектам восстановления для обеспечения наибольшего количества готовых к эксплуатации аэродромов.

Рассмотрим систему аэродромов. В ходе боевых действий ВПП каждого аэродрома может находиться в одном из состояний: S_0 – не иметь повреждений, S_1 – иметь незначительные повреждения, S_2 – иметь значительные повреждения, S_3 – быть полностью разрушенной.

Граф состояний ВПП аэродрома представлен на рисунке 1. На графе символ λ_{ij} – это интенсивности переходов ВПП аэродрома в результате удара противника из i-го состояния в j-е в моменты времени, а переходы – это поток событий [1]. В результате одного удара ВПП с некоторой вероятностью может быть нанесен определенный ущерб с вероятностью: q_1 – незначительные повреждения, q_2 – значительные повреждения, q_3 – полное разрушение; q_0 – ВПП может не получить никаких повреждений.

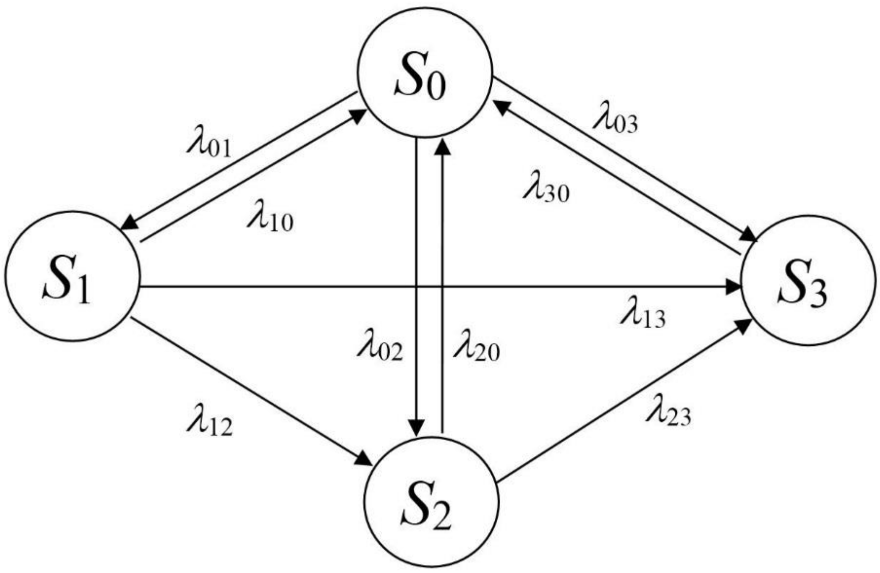

Рисунок 1 – Граф состояний аэродрома

Будем полагать, что противник производит по ВПП u ударов в течение времени T. Тогда $\lambda_{0j}=uq_j/T, j=1,2,3$. Данные интенсивности интерпретируются как число ударов по ВПП, наносящих ей повреждения определенного характера за промежуток времени. За время восстановительных работ может быть нанесен удар, поэтому $\lambda_{12}=\lambda_{02}$, $\lambda_{13}=\lambda_{23}=\lambda_{03}$.

Основной характеристикой функционирования восстановительных команд является время устранения повреждения определенного характера [2]. Восстановительные работы для состояния S_i должны длиться не более t_i времени. Величина, обратная средней продолжительности восстановительных работ, есть их интенсивность, характеризует число таких работ, произведенных в единицу времени. Поэтому повреждения устраняются с интенсивностями $\lambda_{i0}=1/t_i$, $i=1,2,3$.

Предположим сначала, что на восстановление ВПП независимо от характера ее повреждений выделяется 1 восстановительная команда. Составим систему уравнений Колмогорова для нахождения предельных (при $t\to\infty$) вероятностей p_0, p_1, p_2, p_3 состояний ВПП:

$$\begin{aligned}
&-(\lambda_{01}+\lambda_{02}+\lambda_{03})p_0+\lambda_{10}p_1+\lambda_{20}p_2+\lambda_{30}p_3=0,\\
&\lambda_{01}p_0-(\lambda_{10}+\lambda_{12}+\lambda_{13})p_1=0,\\
&\lambda_{12}p_1+\lambda_{02}p_0-(\lambda_{20}+\lambda_{23})p_2=0,\\
&\lambda_{03}p_0+\lambda_{13}p_1+\lambda_{23}p_2-\lambda_{30}p_3=0,\\
&p_0+p_1+p_2+p_3=1.
\end{aligned} \tag{1}$$

Так как первое уравнение (взятое с обратным знаком) является линейной комбинацией второго, третьего и четвертого, то при расчетах первое уравнение можно исключить. Решение системы позволит найти значения p_0, p_1, p_2, p_3, каждое из которых интерпретируется как средний промежуток времени пребывания ВПП в соответствующем состоянии.

Рассмотрим систему из n=10 аэродромов и промежуток времени T=24 часа. Для ВПП аэродрома выберем следующие значения параметров: вероятность отсутствия повреждений q_0=0,7, вероятность незначительных повреждений q_1=0,2, вероятность значительных повреждений q_2=0,07, вероятность полного разрушения q_3=0,03(q_0+q_0+q_0+q_0)=1, время устранения незначительных повреждений t_1=10, условных единиц выбранных для установления соотношений между интервалами времени устранения незначительных повреждений, время устранения значительных повреждений t_2=36, время устранения полного разрушения t_3=72, количество ударов по одному аэродрому в сутки u=2.

Вычислим значения параметров: λ_{01}=0,017, λ_{02}=5,833×10^{-3}, λ_{03}=2,500×10^{-3}, λ_{12}=λ_{02}=5,833×10^{-3}, λ_{13}=λ_{23}=λ_{03}=2,500×10^{-3}, λ_{10}=0,1, λ_{10}=0,028, λ_{30}=0,014. Решение системы уравнений имеет вид:

$$p_0=0{,}62,\ p_1=0{,}1,\ p_2=0{,}14,\ p_3=0{,}15.$$

Полученный результат интерпретируется следующим образом. Значение вероятности p_0=0,62 показывает, что в состоянии S_0 ВПП аэродрома в среднем находится примерно 62 % времени в течение всего выбранного промежутка.

Так как в предельном режиме вероятности состояний постоянны, то по формуле Бернулли [1] можно найти вероятности отсутствия повреждений (готовности) ВПП в течение выбранного промежутка времени (одни сутки):

$$P(n-k)=\sum_{i=0}^{k}\left[\frac{n!}{i!(n-i)!}p_0^{n-i}(1-p_0)^i\right],\ k=0,1,\ldots n-1\,. \tag{2}$$

Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты расчетов

Количество аэродромов	Вероятности готовности ВПП аэродромов, *P(k)*
10	8,465×10^{-3}
9	0,060
8	0,203
7	0,435
6	0,684
5	0,866
4	0,959
3	0,991
2	0,999
1	1

Из таблицы 1 следует, что при выбранных начальных данных с вероятностью 0,999 (≈100 %) готовы только 2 ВПП. Для увеличения количества готовых ВПП необходимо увеличить количество восстановительных команд.

Будем полагать, что m=8 восстановительных команд. Проведем расчеты с учетом разного их количества, выделяемого на устранение повреждения конкретного характера S_1, S_2, S_3. Обозначим соответствующие количества команд через r_1, r_2, r_3. Система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\lambda_{01}p_0-(r_1\lambda_{10}+\lambda_{12}+\lambda_{13})p_1=0,\\
&\lambda_{12}p_1+\lambda_{02}p_0-(r_2\lambda_{20}+\lambda_{23})p_2=0,\\
&\lambda_{03}p_0+\lambda_{13}p_1+\lambda_{23}p_2-r_3\lambda_{30}p_3=0,\\
&p_0+p_1+p_2+p_3=1,\, r_1+r_2+r_3\le m.
\end{aligned}$$

Аналитическое решение системы уравнений имеет вид:

$$p_0=\frac{10s_3(1.125e_2r_1+1.0417e_2r_2+1.25e_3r_1r_2+9.375)}{C},$$

$$p_1=\frac{20r_3(1.0417e_2r_2+9.375)}{C},$$

$$p_2=\frac{105r_3}{(10.0r_2+3.0)(50.0r_3+9.0)},$$

$$p_3=\frac{9}{50.0r_3+9.0},$$

$$C=6.75e_2r_1+5.625e_2r_2+9.375e_2r_3+2.25e_3r_1r_2+3.75e_3r_1r_3+3.125e_3r_2r_3+1.25e_4r_1r_2r_3+1.6875e_2,$$

где $e_k=10^k$.

Таким образом, вероятности состояний ВПП аэродрома являются функциями, зависящими от числа восстановительных команд: $p_i=p_i(r_1, r_2, r_3)$.

Приведем значения вероятностей p_i для одной ВПП в зависимости от количества выделяемых для ее ремонта восстановительных команд r_2 или r_3 при r_1=1 (рисунок 2):

Количество восстановительных команд r_3

Количество восстановительных команд r_2

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\\
1 & 0.616 & 0.667 & 0.686 & 0.695 & 0.701 & 0.706\\
2 & 0.667 & 0.723 & 0.743 & 0.754 & 0.76 & 0\\
3 & 0.688 & 0.745 & 0.766 & 0.777 & 0 & 0\\
4 & 0.699 & 0.756 & 0.778 & 0 & 0 & 0\\
5 & 0.705 & 0.764 & 0 & 0 & 0 & 0\\
6 & 0.71 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Рисунок 2 – Значения вероятностей готовности одной ВПП при r_1=1и изменяющихся r_2 и r_3.

СОДЕРЖАНИЕ

Нетрудно видеть, что при r_1=1 и соотношениях r_2=4, r_3=3 или r_2=3, r_3=4 при различных повреждениях S_1, S_2, S_3 готовность одной ВПП в среднем составляет около 78 %.

Аналогично предыдущему используем формулу Бернулли [1]:

$$P(n-k)=\sum_{i=0}^{k}\left[\frac{n!}{i!(n-i)!}p_0(r_1,r_2,r_3)^{n-i}(1-p_0(r_1,r_2,r_3))^{i}\right],\ k=0,1,...n-1. \qquad (3)$$

В качестве примера приведем результаты вычислений вероятностей состояний ВПП при заданных значениях r_2=2 и r_3=4 и изменяющемся значении r_1 (таблица 2).

Таблица 2 – Вероятности готовности ВПП по количеству восстановительных команд r_1

Количество аэродромов	Вероятности	
	r_1=1	r_1=2
10	0,059	0,114
9	0,252	0,392
8	0,536	0,693
7	0,784	0,888
6	0,926	0,97
5	0,982	0,994
4	0,997	0,999
3	1	1
2	1	1
1	1	1

Рассмотрим n аэродромов как систему S, которая может находиться в следующих состояниях: S_n – все аэродромы полностью готовы, S_{n-i} – полностью готовы n-i аэродромов, $i=\overline{1,n}$.

Введем следующие обозначения: T – интервал времени, в течение которого рассматривается функционирование системы аэродромов; u_k – количество ударов, на которые направлены силы на восстановление k-го аэродрома; λ_k – интенсивность перехода k-го аэродрома в неготовое состояние в течение времени T; μ_k – интенсивность ремонта k-го аэродрома в течение времени T; q_k – вероятность того, что k-й аэродром получит повреждения в течение времени T.

Граф состояний системы аэродромов имеет вид представленный на рисунке 3.

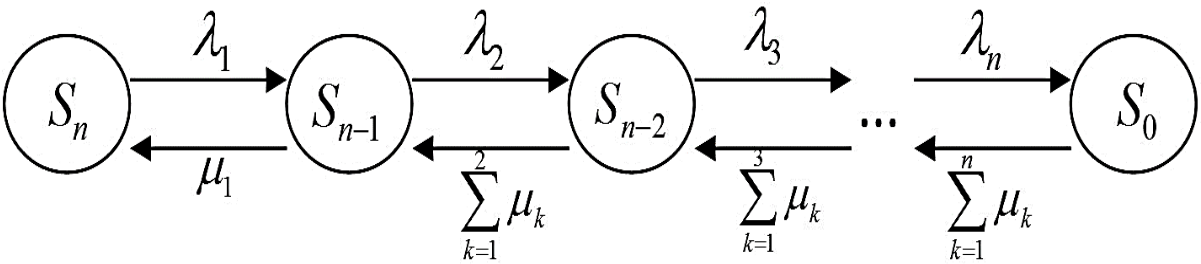

Рисунок 3 – Граф состояний системы аэродромов

Вычислим интенсивности $\lambda_k=u_kq_k/T,\mu_k=r_k/T$. Полагая, что v_i – предельная вероятность состояния S_i, составим уравнения для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \lambda_1 v_n = \mu_1 v_{n-1}\,, \\ \lambda_2 v_{n-1} + \mu_1 v_{n-1} = \lambda_1 v_n + \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k v_{n-2}\,, \\ \lambda_3 v_{n-2} + \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k v_{n-2} = \lambda_2 v_{n-1} + \sum\limits_{k=1}^{3} \mu_k v_{n-3}\,, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \lambda_n v_1 = \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_k v_0\,,\ \ v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n = 1. \end{cases}$$

Решая систему, находим

$$v_n = \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\mu_1 \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k} + \ldots + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n}{\mu_1 \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k \cdots \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_k} \right)^{-1}$$

$$v_{n-i} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_i}{\mu_1 \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k \cdots \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_k} v_n, i = \overline{1,n}\,.$$

Тогда p_n=1-v_n есть вероятность полной готовности системы из n аэродромов, а

$$p_{n-i} = 1 - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_i}{\mu_1 \sum\limits_{k=1}^{2} \mu_k \cdots \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_k} v_n\,, i = \overline{1,n}\,.$$

Будем полагать, что промежуток времени T=24. Зададим следующие начальные значения параметров:

вероятности повреждений: q_1=0,7, q_2=0,8, q_3=0,6, q_4=0,9, q_5=1, q_6=0,8, q_7=1, q_8=0,7, q_9=0,6, q_{10}=0,9;

количество ударов u_1=1, u_2=3, u_3=2, u_4=1, u_5=2, u_6=1, u_7=2, u_8=1, u_9=3, u_{10}=2;

количество команд r_1=2, r_2=1, r_3=1, r_4=2, r_5=1, r_6=2, r_7=1, r_8=2, r_9=1, r_{10}=1.

Значения q_i, u_i, r_i не коррелируют между собой ввиду отсутствия каких-либо априорных данных о числе ударов по конкретному аэродрому, которое повлекло бы сосредоточение соответствующего числа восстановительных команд.

В результате расчетов установлено:

p_1=1,00, p_2=1,00, p_3=0,99, p_4=0,99, p_5=0,99,

p_6=0,99, p_7=0,95, p_8=0,84, p_9=0,80, p_{10}=0,42.

Определим число восстановительных команд, соответствующее числу наносимых по каждому аэродрому ударов:

r_1=1, r_2=3, r_3=2, r_4=1, r_5=2, r_6=1, r_7=2, r_8=1, r_9=3, r_{10}=2.

Расчеты позволяют определение улучшения результата для всей системы аэродромов:

p_1=1,0000, p_2=1,0000, p_3=1,0000, p_4=0,9999, p_5=0,9989,

p_6=0,9951, p_7=0,9621, p_8=0,8106, p_9=0,6843, p_{10}=0,5490.

СОДЕРЖАНИЕ

Проведенные вычисления позволяют сделать вывод о том, что в зависимости от характера повреждений аэродромов имеется возможность гибкого оперирования количествами восстановительных команд, направляемых для ликвидации тех или иных повреждений.

Разработана компьютерная программа для проведения расчетов на основе значений начальных параметров «Методика определения вероятности готовности аэродромов» [3]. На рисунке 4 представлен интерфейс пользователя.

Рисунок 4 – Интерфейс пользователя

Результаты работы программы представлены на рисунке 5.

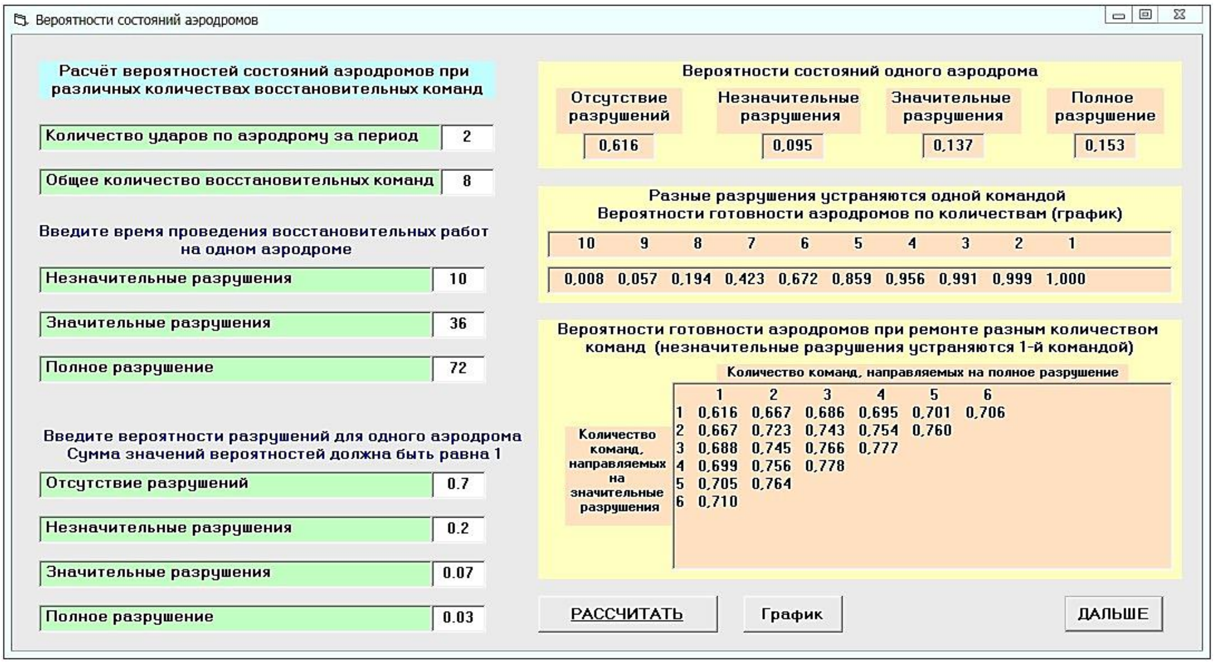

Рисунок 5 – Результаты расчетов вероятностей состояний аэродромов

СОДЕРЖАНИЕ

Приведем пример расчетов при нажатии на кнопку «Вероятности состояний аэродромов» для следующих значений параметров: количество аэродромов n=10, количество восстановительных команд m=8, промежуток времени T=24, вероятность отсутствия повреждений q_0=0,7, вероятность незначительных повреждений q_2=0,2, вероятность значительных повреждений q_2=0,07, вероятность полного разрушения q_3=0,03, время устранения незначительных повреждений t_1=10, время устранения значительных повреждений t_2=36, время устранения полного разрушения t_3=72, количество ударов по одному аэродрому в сутки u=2.

Выводы. Предложенная методика оценки состояний аэродромной сети базирования авиации после нанесения удара противником реализована программно. С помощью данной программы проводятся вычислительные эксперименты по наблюдению и выработке рекомендаций по распределению восстановительных команд, при различных состояниях ВПП аэродрома и всей сети аэродромов в целом, при различных значениях начальных параметров.

С применением вероятностного подхода и анализа состояний аэродромов установлено, что в зависимости от характера повреждений имеется возможность гибкого оперирования количествами восстановительных команд, направляемых для ликвидации тех или иных повреждений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амелин С.В. Методы и модели в экономике: Конспект лекций. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2001. 90 с.

2. Иванов П.И. Основы и применение методов прикладной математики в военном деле: учебник; под ред. П.И. Иванова. Монино: ВВА им. Ю.А. Гагарина, 1991. 512 с.

3. Методика определения готовности аэродромов: а.с. №2019619494/ Мещеряков В.И., Тараканов А.Ф.; заявитель и правообладатель Мещеряков В.И., Тараканов А.Ф., заявка № 2019618410, заяв. 05.07.19; опубл. 18.07.19, Реестр программ для ЭВМ. 1 с.

REFERENCES

1. Amelin S.V. Metody i modeli v `ekonomike: Konspekt lekcij. Voronezh: Izd-vo VGTU, 2001. 90 p.

2. Ivanov P.I. Osnovy i primenenie metodov prikladnoj matematiki v voennom dele: uchebnik; pod red. P.I. Ivanova. Monino: VVA im. Yu.A. Gagarina, 1991. 512 p.

3. Metodika opredeleniya gotovnosti a`erodromov: a.s. №2019619494/ Mescheryakov V.I., Tarakanov A.F.; zayavitel' pravoobladatel' Mescheryakov V.I., Tarakanov A.F., zayavka № 2019618410, zayav. 05.07.19; opubl. 18.07.19, Reestr programm dlya `EVM. 1 p.

© Мещеряков В.И., Тараканов А.Ф., Степанников В.А., 2020

Мещеряков Виктор Иванович, кандидат военных наук, доцент, доцент кафедры управления материально-техническим обеспечением ВВС факультета обеспечения боевых действий авиации, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.

Тараканов Андрей Федорович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.

Степанников Владислав Алексеевич, кандидат экономических наук, доцент кафедры управления повседневной деятельностью подразделений, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, stepannikov12@mail.ru.