



УДК 355.4
ГРНТИ 78.21.31

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЖИВУЧЕСТИ ТАКТИЧЕСКОГО ВОИНСКОГО ФОРМИРОВАНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩЕГО В ОТРЫВЕ ОТ ОСНОВНЫХ СИЛ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ВРЕМЕНИ НА ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ

*Т.Г. МЕДОЕВ, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
М.А. ЧУРСИНА, кандидат биологических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

В статье использована классическая математическая модель Лотки-Вольтерры с целью описания живучести тактических воинских формирований при заданных ограничениях и способах проведения операции. Построена и рассмотрена динамическая модель, описывающая преимущества, которые получает тактическое воинское формирование при своевременном принятии решения на один из двух видов боевых действий. Разработана математическая модель, позволяющая давать рекомендации для принятия решения с ограничениями по времени, на вид боевых действий командиром тактического воинского формирования, действующего в отрыве от основных сил в условиях неопределенности.

Ключевые слова: живучесть, модель Лотки-Вольтерры, модель двусторонних боевых действий, тактическое воинское формирование, вооруженное противоборство, оборона, наступление, решение командира.

THE TACTICAL MILITARY FORMATION SURVIVABILITY SIMULATION OPERATING IN ISOLATION FROM THE MAIN FORCES IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY WITH TIME LIMITS FOR DECISION-MAKING

*T.G. MEDOEV, Candidate of Technical sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
M.A. CHURSINA, Candidate of Biological sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

The article uses the classical mathematical model of Lotka-Volterra to describe the survivability of tactical military formations under given restrictions and methods of operation. A dynamic model is constructed and considered that describes the advantages that a tactical military formation receives when making a timely decision on one of the two types of combat operations. A mathematical model has been developed that makes it possible to make recommendations for making a decision with time constraints, based on the type of combat operations by the commander of a tactical military formation acting in isolation from the main forces in conditions of uncertainty.

Keywords: survivability, Lotka-Volterra model, model of bilateral military operations, tactical military formation, armed confrontation, defense, offensive, commander's decision.

Введение. Многие современные математические модели боевых действий опираются на модель Лотки-Вольтерры (модель «хищник-хищник») [1, 2]. На данный момент актуальной является проблема построения модели для начальных уровней локального вооружённого противоборства, в частности, моделирование последствий принятия решения на оборону или



наступление тактического воинского формирования (ТВФ), действующего в отрыве от основных сил в условиях неопределенности с ограничениями по времени на принятие решения. На данном уровне должны быть учтены различные параметры, среди которых как исходные данные о силах и средствах противоборствующего ТВФ, характеристики рельефа местности, так и параметры, позволяющие учитывать и обосновывать преимущества выбора того или иного вида боевых действий.

Актуальность. Классическая математическая модель Лотки-Вольтерры, которая описывает взаимодействие в системах хищник-жертва и хищник-хищник [3–5], часто используется в современных исследованиях для описания экологических изменений [6, 7], демографических явлений и исторических процессов [8] или моделирования противоборства войсковых формирований [9]. Однако данная модель не учитывает типы поведения «хищников». Точно так же, как хищники в природных экосистемах, войсковые формирования в условиях ограничений по времени и недостатка информации при принятии решения могут использовать два основных вида боевых действий: наступление и оборону.

В эволюционной биологии, описывающей систему хищник-хищник принята следующая терминология: тактика «ястреба» и тактика «голубя». Тактика «голубя» заключается в том, что при возможности конфликта с «ястребом» он не вступает в схватку. Таким образом, он сохраняет ресурсы, необходимые для поддержания живучести. Противоположное явление – так называемая тактика «ястреба» – это нападение на противника и сражение, которое заканчивается либо победой, либо поражением. «Ястреб» при необходимости тратит все имеющиеся ресурсы, однако, имеет возможность получить выгоду за счёт победы.

Аналогично, в данном исследовании рассматриваются два противоборствующих ТВФ, которые могут различаться по силам и средствам. В зависимости от решения каждого из них о вступлении или о невступлении в противоборство, и выбора типа боевых действий (наступление или оборона) при вступлении в противоборство, описываемая система может оказываться в следующих состояниях (рисунок 1) [10].

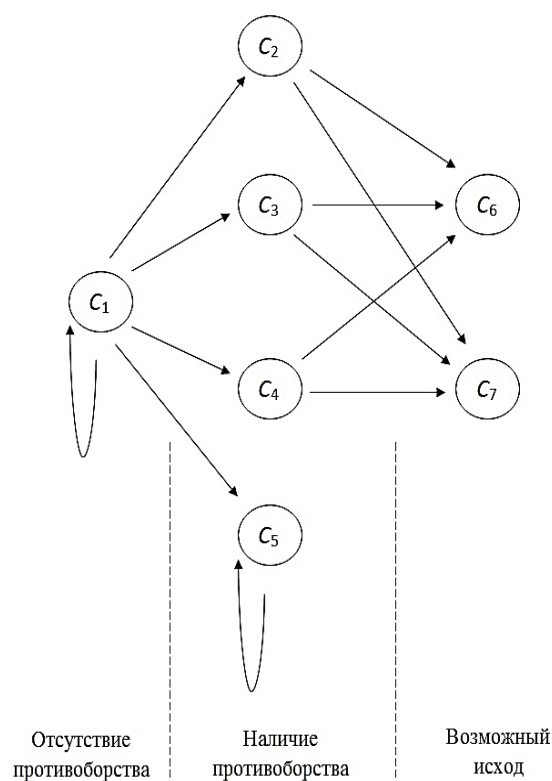


Рисунок 1 – Граф состояний модели противоборства двух тактических воинских формирований



Состояние C_1 – отсутствие противоборства. Возникает в случае принятия решения хотя бы одним из ТВФ об отказе от противоборства. Однако это не означает отсутствия потерь имеющихся ресурсов, в частности, со стороны уклоняющегося от противоборства (отступающего) ТВФ.

Состояние C_2 – первое ТВФ наступает, второе ТВФ обороняется. Состояние C_3 – второе ТВФ наступает, первое ТВФ обороняется. Состояние C_4 – оба ТВФ наступают (встречный бой). Состояние C_5 – оба ТВФ обороняются (позиционное противостояние). В данном случае отсутствует активная фаза противоборства. Состояние C_6 – первое ТВФ одерживает победу, второе ТВФ терпит поражение. Состояние C_7 – второе ТВФ одерживает победу, первое ТВФ терпит поражение.

Пусть противоборствующие стороны изначально имеют ограниченную информацию о планируемых действиях, силах и средствах друг друга, а также действуют в отрыве от остальных сил. Примером такой ситуации может быть: десантирование, пограничный вооружённый конфликт, вооружённое нападение при перевозке подразделений (совершении марша), при охране, либо спецоперация (ликвидация диверсионно-разведывательной группы, бандитской группы в ограниченных условиях и др.). Ограничения могут быть представлены в виде ограничений в применении вооружения (действия на территории населённого пункта), особенностей рельефа местности (например, горные территории). Следует исходить из предположения, что хотя бы один из противников действует в условиях ограничений по времени и не знает, какой вид боевых действий примет второй. Это не следует из предыдущего опыта и может быть обнаружено только после вступления в противоборство.

Пусть $N_x(t)$ будет численностью войсковой группировки, которая наступает, а N_x – численность группировки, где x – выбранная тактика действия. В данном исследовании для изучения процесса мы будем использовать модель Лотки-Вольтерры «хищник-хищник». При каждой потенциальной возможности вступления в противоборство ТВФ должно оперативно принимать решение: либо вступить в него, либо уклониться. В случае, если один из участников противоборства побеждает, выгода от победы G соответствует количеству ресурса, которым смог завладеть победитель, но следует учитывать также израсходованный ресурс C . Для упрощения в качестве C можно использовать функцию C – то есть размер ресурса, который необходимо затратить для одержания победы в противоборстве.

$$C(n) = g \cdot N, \quad (1)$$

где g – коэффициент выгоды первой ТВФ, который зависит от многих факторов (позиционных, использование фактора внезапности, использование более эффективного вооружения); n – численность первого ТВФ; N – численность противоборствующего ТВФ.

Член матрицы g_{ij} – коэффициент выгоды, которую получает первое ТВФ в результате принятия тактического решения i при сражении с противником, принявшим решение j . Полученное преимущество может быть описано как:

$$g_{ij} = (G - C). \quad (2)$$

Введём обозначения для используемых решений. Первоначально принимается решение о вступлении (a) или невступлении (b) в противоборство. При выборе первого варианта возможно использование наступления (c) или обороны (d). Если оба ТВФ находятся в состоянии b , то ни одна из них не получает выгоду:

$$g_{bb} = 0. \quad (3)$$



Если первое из ТВФ избегает столкновения, тогда как второе нападает, тогда выгода, полученная первым и вторым ТВФ, пропорциональна следующим g :

$$g_{bc} = -C, \quad g_{cb} = G. \quad (4)$$

Если же оба ТВФ вступают в противоборство, тогда в общем случае получим для каждой из них:

$$g_{aa} = G - C. \quad (5)$$

Следовательно, матрица двухфазной системы (вступление и невступление в противоборство) имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} G - C & G \\ -C & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В случае, когда оба ТВФ принимают решение о вступлении в противоборство, они выбирают оборону, либо наступление. Если обе выбирают оборону, тогда:

$$g_{dd} = G - \gamma_d^2 \cdot C, \quad (7)$$

где γ – это коэффициент эффективности действия, противоборствующего ТВФ, зависящий не только от её вооружения и позиционных преимуществ, но и от выбранной тактики. Учитывается, что наступающее ТВФ тратит больше ресурсов (γ_c), обороняющееся – меньше (γ_d) имеющихся своих ресурсов.

Когда оба ТВФ выбирают наступление, выгода каждой из них составляет:

$$g_{cc} = G - \gamma_c^2 \cdot C. \quad (8)$$

Когда одно ТВФ выбирает оборону, а второе – наступление, тогда выгоды первого и второго ТВФ будут, соответственно:

$$g_{dc} = G - \gamma_d \cdot C, \quad g_{cd} = G - \gamma_c \cdot C. \quad (9)$$

Исходя из сказанного выше, частные случаи выражения $(G - C)$ принимают вид матрицы:

$$A_{G-C} = \begin{pmatrix} G - \gamma_c^2 \cdot C & G - \gamma_c \cdot C \\ G - \gamma_d \cdot C & G - \gamma_d^2 \cdot C \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Пусть $a(t)$ и $b(t)$ – это вероятность того, что в момент t ТВФ примет решение о вступлении или не вступлении в противоборство, тогда его численность будет изменяться согласно следующим уравнениям:

$$a(t) = \frac{N_a(t)}{n(t)}; \quad b(t) = \frac{N_b(t)}{n(t)}. \quad (11)$$



В момент t выигрыш ТВФ, которое всегда вступает в противоборство, может быть представлен следующим образом:

$$\Delta_a = (1 \ 0) \cdot A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Выигрыш ТВФ, которое всегда уклоняется от вооружённого противоборства, может быть представлен следующим образом:

$$\Delta_b = (0 \ 1) \cdot A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Пул выигрыша для ТВФ, которое периодически вступает в противоборство, а периодически не вступает в него:

$$\Delta_{ab} = (a \ b) \cdot A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Далее необходимо уточнить, что решение о вступлении в противоборство предполагает принятие одного из двух решений: на нападение или на оборону – $c(t)$ и $d(t)$. Тогда выражения 11 и 14 принимают вид:

$$a(t) = \frac{N_a(t)}{n(t)} = \left(\frac{N_c(t)}{n(t)}; \frac{N_d(t)}{n(t)} \right), \quad (15)$$

$$\Delta_{bcd} = (b \ c \ d) \cdot A \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}. \quad (16)$$

В данной работе мы принимаем, что ТВФ не могут использовать предыдущий опыт, а решение о принятии того или иного решения происходит на месте. В данном случае принятие того или иного решения происходит быстрее по сравнению с другими процессами, происходящими в модели, например, убыль численности ТВФ из-за небоевых потерь или наращивание сил и средств.

Для обеих сторон следует предложить наличие постоянного коэффициента μ убыли численности, не имеющего прямого отношения к противоборству (небоевые потери). Эта убыль будет обусловлена факторами внешней среды и случайными причинами и не зависит от принятых решений. При этом она всегда больше нуля.

Успех ТВФ в противоборстве будет определяться от своевременности принятого решения, а также от решения, принятого противником. Например, ТВФ всегда вступающему в противоборство может противостоять ТВФ, которое также всегда вступает в противоборство, в доле случаев N_a/p , и противостоять ТВФ, которое никогда не вступает в противоборство, в доле случаев N_b/p . Как следствие, изменение выгоды ТВФ, всегда вступающего в противоборство и при этом наступающего, может быть описано следующим уравнением:

$$\frac{dG_c}{dt} = -\mu N_c + \left((G - \gamma_c^2 \cdot C) \cdot \frac{N_c}{p} + (G - \gamma_c \cdot C) \cdot \frac{N_d}{p} + G \cdot \frac{N_b}{p} \right) N_c. \quad (17)$$



Для ТВФ, всегда вступающего в противоборство и про этом обороняющегося, получаем:

$$\frac{dG_d}{dt} = -\mu N_d + \left((G - \gamma_d \cdot C) \cdot \frac{N_c}{p} + (G - \gamma_d^2 \cdot C) \cdot \frac{N_d}{p} + G \cdot \frac{N_b}{p} \right) N_d. \quad (18)$$

Для ТВФ, никогда не вступающего в противоборство, получаем:

$$\frac{dG_b}{dt} = -\mu N_b - C \cdot \frac{N_c}{p}. \quad (19)$$

Учитывая тот факт, что $a + b = 1$ или $b + c + d = 1$ для одного ТВФ в любой момент времени t , можно записать уравнение, которое описывает долю тех случаев, когда данным ТВФ принимается решение о вступлении в противоборство.

$$\frac{da}{dt} = \frac{g}{2}(1-g)(G-C \cdot g). \quad (20)$$

Очевидно, что это уравнение имеет три точки равновесия: 0, 1 и G/C . Обозначим устойчивое нетривиальное равновесие как g^* . При этом могут возникнуть два случая:

1) $G < C$, $g^* = G/C$ – точка равновесия является устойчивой для любого начального уровня $0 < x(0) < 1$. В этом случае, пул принятых решений является полиморфным с долей вероятности принять решение о вступлении в противоборство, равной G/C , и долей вероятностей принять решение уклониться от противоборства $1 - G/C$.

2) $G > C$, $G/C > 1$. В этом случае пул принимаемых решений мономорфный, во всех случаях очевидно принять решение вступить в противоборство.

После некоторых преобразований получаем следующее уравнение, которое описывает общий пул принимаемых решений:

$$\frac{dG}{dt} = -\mu N_1 + \frac{G}{N_1} - C \cdot (g^*)^2 \cdot N_1. \quad (21)$$

При противоборстве двух ТВФ (1 и 2) мы можем получить следующую модель. В случае, когда $N_2 < \frac{C}{g}$ и $g^* = \frac{g \cdot N_2}{C}$, получаем:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\mu N_1 + g \cdot N_1 \cdot N_2 - \frac{g^2}{C} \cdot N_1 \cdot N_2^2. \quad (22)$$

Если $N_2 > \frac{C}{g}$ и $g^* = 1$, получаем:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\mu N_1 + g \cdot N_1 \cdot N_2 - g \cdot C \cdot N_1. \quad (23)$$

Эти две модели соединяются по вертикальной линии $n = \frac{C}{g}$.



В зависимости от значения параметров можно рассмотреть несколько разных случаев. Если $C < 8\mu$, при нулевой кривой $dP/dt = 0$, $P = 0$, а если $C > 8\mu$, то кроме $P = 0$ есть ещё две нулевые кривые:

$$N_2 = N_{2,1}^* = \frac{C}{g} - \frac{\sqrt{g^2 \cdot C \cdot (C - 8\mu)}}{g^2}, \quad (24)$$

$$N_2 = N_{2,2}^* = \frac{C}{g} + \frac{\sqrt{g^2 \cdot C \cdot (C - 8\mu)}}{g^2}. \quad (25)$$

Для следующей модели, мы имеем две нулевые кривые: $P = 0$, а также:

$$N_2 = N_{2,3}^* = \frac{2\mu + C}{g}. \quad (26)$$

Вертикальные нулевые кривые упорядочены следующим образом:

$$0 < N_{2,1}^* < \frac{C}{2g} < N_{2,2}^* < \frac{C}{g} < N_{2,3}^*. \quad (27)$$

Фазовые портреты модели представлены на рисунках 2, 3. Значение G_{max} обозначает максимальную выгоду, которая может быть получена только при условии отсутствия противника. Рисунок 2 отражает случай, когда $C < 8\mu$. Когда $G_0 > N_{2,3}^* > C/g$, то, во-первых, равновесие $(N_{2,3}^*, N_{1,3}^*)$ является устойчивым, а значит что оба противоборствующих ТВФ могут сосуществовать, во-вторых, равновесие $(G_0, 0)$ является устойчивым, что определяет невозможность одним из ТВФ всецело одержать победу над второй. Зона 1 (рисунок 2) – это область графика, расположенная слева от точки равновесия, где численность первого ТВФ, при которой она одерживает победу. В точке равновесия вероятность победы или поражения будет определяться факторами, не учтёнными в модели, либо обозначать позиционное противостояние. В области графика, расположенного справа от точки равновесия, победу одерживает противостоящая ТВФ.

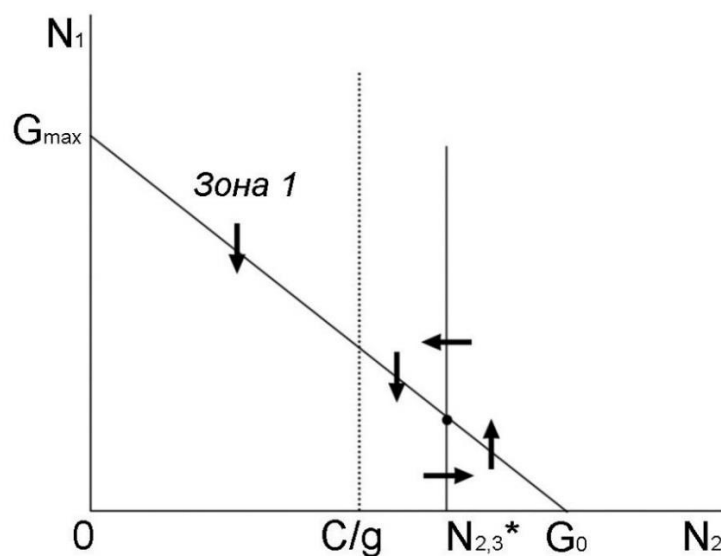


Рисунок 2 – Фазовый портрет модели при $C < 8\mu$



Рисунок 3 соответствует случаю, когда $C > 8\mu$, $N_{2,3}^* < G_0$. Имеются три точки равновесия: $(N_{2,1}^*, N_{1,1}^*)$ и $(N_{2,3}^*, N_{1,3}^*)$ – устойчивые и $(N_{2,2}^*, N_{1,2}^*)$ – неустойчивая. В зависимости от начальных условий, смещение равновесия может происходить как в сторону $(N_{2,1}^*, N_{1,1}^*)$, так и в сторону $(N_{2,3}^*, N_{1,3}^*)$. Если численность одного из ТВФ сохраняет состояние $N_{2,3}^* > N_{2,1}^*$, то для численности второго ТВФ выполняется обратное неравенство $N_{1,3}^* < N_{1,1}^*$.

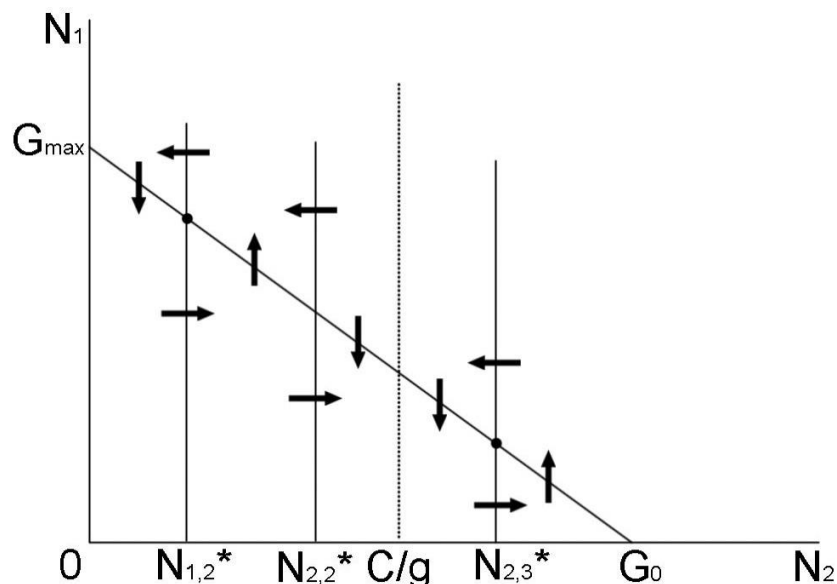


Рисунок 3 – Фазовый портрет модели при $C > 8\mu$

Выводы. Математическое моделирование часто используется в исследованиях для предсказания результата боевых действий с теми или иными начальными параметрами. Результатом данного исследования является получение математической модели, позволяющей давать рекомендации для принятия решения, с ограничениями по времени, на вид боевых действий командиром тактического воинского формирования, действующего в отрыве от основных сил в условиях неопределенности. Анализ на основе математической модели Лотки-Вольтерры позволил построить два различных фазовых портрета состояний сосуществования двух противоборствующих ТВФ с учётом использования одного из двух видов боевых действий. Использование модели позволяет выделить и оценить следующие возможные состояния в модели: позиционное противостояние, победу первой ТВФ и победу второй ТВФ.

Своевременный выбор вида боевых действий ТВФ, действующего в отрыве от основных сил в условиях неопределенности с ограничениями по времени на принятие решения оказывает непосредственное влияние на исход вооружённого противостояния, который определяется изначальной численностью ТВФ и коэффициентом выгоды боевых действий (выраженным коэффициентом g). В случае, когда предполагаемая выгода от победы очевидно превышает ресурсы, которые должны быть затрачены в ходе боевых действий, могут быть приняты решения как на наступление, так и на оборону. При этом, чем выше соотношение полученной выгоды к затраченным ресурсам, тем более благоприятны прогнозы на наступление. При низком значении соотношения полученной выгоды к затраченным ресурсам, пул решения будет в большей степени мономорфным, то есть более благоприятны прогнозы на оборону.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Албузов А.Т., Козирацкий Ю.Л., Иванцов А.В. Исследование боевой эффективности способов разведзащитенности группировки войск оперативного резерва. Военно-техническая политика. Вооружение и экономика. 2017. 4 (41). С. 32–38.
2. Медоев Т.Г., Чурсина М.А. Моделирование живучести войсковой группировки на марше в условиях возможного соприкосновения с противником. Актуальные проблемы защиты и безопасности. Труды XXII Всероссийской научно-практической конференции. Т. 1. Вооружение и военная техника. С. 343–348.
3. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование // Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1976. 285 с.
4. Трубецков Д.И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней // Известия вузов «ПНД». 2011. № 2. С. 69–88.
5. Piccinini L.C. Endogenous control in a ternary Lotka-Volterra model and its applications // Italian Journal of Pure and Applied Mathematics. 2015. № 35. P. 677–704.
6. Arditi R., Tyutyunov Yu., Morgulis A., Govorukhin V., Selina I. Directed movement of predator and the emergence of density-dependence in predator-prey models // Theoretical Population Biology. 2001. № 59. P. 207–221.
7. Hart D.R. Intraguild predation, invertebrate predators, and trophic cascades in lake food webs // Journal of theoretical Biology. 2002. № 218. P. 111–128.
8. Turchin P., Korotayev A.V. Population dynamics and internal warfare: a reconsideration // Social Evolution & History. 2006. № 5. P. 112–147.
9. Beckerman S. The equation of war // Current Anthropology. 1991. № 32. P. 636–640.
10. Модели пространственного и частотного поиска. Монография / под ред. Ю.Л. Козирацкого. Радиотехника, 2013. 344 с.

REFERENCES

1. Albuzov A.T., Kozirackij Yu.L., Ivancov A.V. Issledovanie boevoj `effektivnosti sposobov razvedzaschischennosti gruppirovki vojsk operativnogo rezerva. Voenno-tehnicheskaya politika. Vooruzhenie i `ekonomika. 2017. 4 (41). pp. 32–38.
2. Medoev T.G., Chursina M.A. Modelirovanie zhivuchesti vojskovoij gruppirovki na marshe v usloviyah vozmozhnogo soprikosnoveniya s protivnikom. Aktual'nye problemy zaschity i bezopasnosti. Trudy XXII Vserossijskoj nauchno-prakticheskoi konferencii. T. 1. Vooruzhenie i voennaya tehnik. pp. 343–348.
3. Vol'terra V. Matematicheskaya teoriya bor'by za suschestvovanie // Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoi literatury izd-va «Nauka». 1976. 285 p.
4. Trubeckov D.I. Fenomen matematicheskoi modeli Lotki-Vol'terry i shodnyh s nej // Izvestiya vuzov «PND». 2011. № 2. pp. 69–88.
5. Piccinini L.C. Endogenous control in a ternary Lotka-Volterra model and its applications // Italian Journal of Pure and Applied Mathematics. 2015. № 35. pp. 677–704.
6. Arditi R., Tyutyunov Yu., Morgulis A., Govorukhin V., Selina I. Directed movement of predator and the emergence of density-dependence in predator-prey models // Theoretical Population Biology. 2001. № 59. pp. 207–221.
7. Hart D.R. Intraguild predation, invertebrate predators, and trophic cascades in lake food webs // Journal of theoretical Biology. 2002. № 218. pp. 111–128.
8. Turchin P., Korotayev A.V. Population dynamics and internal warfare: a reconsideration // Social Evolution & History. 2006. № 5. pp. 112–147.
9. Beckerman S. The equation of war // Current Anthropology. 1991. № 32. pp. 636–640.



10. Modeli prostranstvennogo i chastotnogo poiska. Monografiya / pod red. Yu.L. Kozirackogo. Radiotekhnika, 2013. 344 p.

© Медоев Т.Г., Чурсина М.А., 2020

Медоев Тимур Геннадьевич, кандидат технических наук, докторант 51 кафедры, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, ambal159@yandex.ru.

Чурсина Мария Александровна, кандидат биологических наук, преподаватель 210 кафедры, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, chursina.1988@list.ru.