



УДК 621.373.8:004.94  
ГРНТИ 78.27.49

## МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ ВНЕПОЛОСНЫХ И ПОБОЧНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ В ПЕРЕДАЮЩИХ ЛАЗЕРНЫХ СРЕДСТВАХ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ И Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ, доктор технических наук, профессор  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)  
Д.В. ПРОХОРОВ, кандидат технических наук, доцент  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

Предложен методический подход к построению компьютерных моделей процессов образования и усиления внеполосных и побочных излучений в передающих лазерных средствах на основе использования передаточных функций и z-преобразования. На основе использования методов кинетической теории генерации, обеспечивающих представление исследуемого процесса скоростными уравнениями, описывающими изменение заселенности энергетических уровней с учетом наличия электромагнитного излучения в активной среде, с последующим применением к ним преобразования Лапласа, получена модель образования и усиления предгенерационных излучений в виде межуровневых передаточных функций. В свою очередь применение z-преобразования к полученным передаточным функциям позволяет использовать апробированные подходы к построению компьютерных моделей.

*Ключевые слова:* методический подход, компьютерная модель, лазер, модель, передаточная функция, побочное излучение, внеполосное излучение.

## METHODOLOGICAL APPROACH TO CONSTRUCTION OF COMPUTER MODELS OF OUT-OF-BAND AND SIDE RADIATION FORMATION PROCESSES IN TRANSMITTING LASER MEANS BASED ON THE USE OF TRANSFER FUNCTIONS AND Z-TRANSFORMATION

*YU.L. KOZIRATSKIY, Doctor of Technical sciences, Professor  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)  
D.V. PROKHOROV, Candidate of Technical sciences, Associate Professor  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

A methodological approach to the construction of computer models of the processes of formation and amplification of out-of-band and spurious emissions in transmitting laser devices based on the use of transfer functions and z-conversion is proposed. Based on the use of the generation kinetic theory methods, which provide the representation of the process under study by velocity equations describing the change in the population of energy levels taking into account the presence of electromagnetic radiation in the active medium, followed by the application of the Laplace transform to them, a model for the formation and amplification of pre-generation radiation in the form of inter-level transfer functions is obtained. In turn, applying the z-transform to the obtained transfer functions allows the use of proven approaches to the construction of computer models.

*Keywords:* methodological approach, a computer model, laser, model, transfer function, spurious emissions, out-of-band radiation.



**Введение.** При функционировании лазерных средств различного типа и назначения возникают внеполосные и побочные излучения, исследование характеристик которых представляет большой интерес с точки зрения возможностей обнаружения и дистанционного определения состояния передающего канала лазерного средства [1–4]. Для оценки этих возможностей должны быть определены закономерности формирования, а также основные характеристики внеполосных и побочных излучений передающих каналов лазерных средств в зависимости от их функциональных состояний и работы в возможных режимах.

**Актуальность.** Строгое описание процессов формирования таких излучений довольно сложная и трудоемкая задача. С точки зрения решаемой задачи в части описания процессов генерации внеполосных и побочных излучений целесообразно использовать кинетический метод [5, 6], позволяющий получить интерпретацию большинства эффектов, связанных с генерацией лазерного излучения. При этом для описания процессов генерации используются балансные уравнения в виде системы дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Решение подобных систем связано с вычислительными трудностями и может базироваться на операционном методе Лапласа [7]. Получаемые при этом зависимости в области изображений достаточно громоздки и сложны в нахождении оригиналов аналитически. Предлагаемый методический подход основан на представлении изменения населенностей энергетических уровней в виде динамической системы взаимосвязанных между собой инерционных звеньев с соответствующими передаточными функциями, что очень удобно с точки зрения реализации на ЭВМ.

Приведенные выше обстоятельства определяют цель статьи, заключающуюся в разработке компьютерной модели процессов генерации внеполосных и побочных излучений передающих лазерных средств.

Большой исследовательский интерес представляют такие внеполосные и побочные излучения лазерных средств как инфракрасное (ИК) излучение активной среды, а также спонтанное и спонтанно-индуцированное излучение. Для дальнейшего анализа процессов формирования этих излучений с учетом [5, 6] рассмотрим диаграмму уровней в кристалле активного элемента и основных переходов при накачке и генерации лазерного излучения (случай четырехуровневой схемы генерации), представленную на рисунке 1.

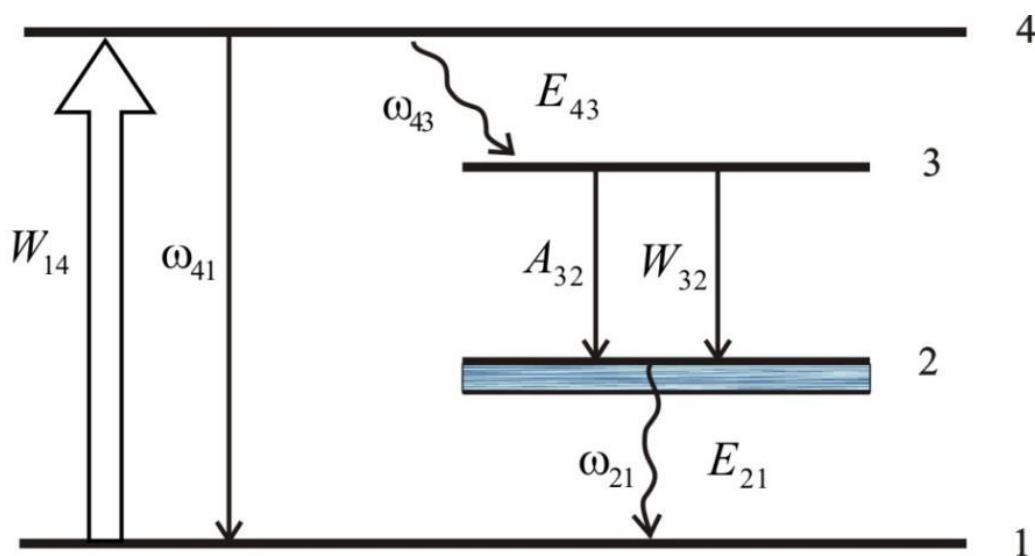


Рисунок 1 – Диаграмма уровней энергии в кристалле активного элемента

С учетом диаграммы переходов, представленной на рисунке 1, можно записать следующую систему кинетических уравнений, описывающих изменение заселенности уровней с течением времени:



$$\begin{aligned}
 \frac{dn_4}{dt} &= W_{14}n_1 - \omega_{4,1}n_4 - \omega_{4,3}n_4; \\
 \frac{dn_3}{dt} &= \omega_{4,3}n_4 - n_3 \sum_i A_{3,2,i} - \sum_i \sigma_{3,2,i} \Delta_i \bar{J}_{3,2,i}; \\
 \sum_i \frac{dn_{2,i}}{dt} &= \sum_i \left\{ (A_{3,2,i}n_3 + \sigma_{3,2,i} \Delta_i \bar{J}_{3,2,i}) - \omega_{2,i,1}n_{2,i} \right\}; \\
 \frac{dn_1}{dt} &= \sum_i \omega_{2,i,1}n_{2,i} - W_{14}n_1 + \omega_{4,1}n_4; \\
 n_1 + \sum_i n_{2,i} + n_3 + n_4 &= n_0; \\
 \frac{d\bar{J}_{3,2,i}}{dt} &= U \left[ \sigma_{3,2,i} \Delta_i - \beta_i \right] \bar{J}_{3,2,i} + A_{3,2,i}n_3,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $n_0$  – общее число активных частиц в единице объема;

$n_i$  – общее число активных частиц, находящихся на  $i$ -ом уровне;

$W_{14}$  – вероятность вынужденного перехода в единицу времени между уровнями 1→4;

$\omega_{i,j}$  – вероятность безызлучательного перехода в единицу времени между уровнями  $i \rightarrow j$ ;

$\Delta_i = n_3 - n_{2,i}$  – плотность инверсной населенности между уровнями 3 и 2. $i$ ;

$A_{3,2,i}$  – вероятность спонтанного перехода в единицу времени между уровнями 3→2. $i$ ;

$\bar{J}_{3,2,i}$  – средняя по длине активного элемента интенсивность индуцированного излучения энергетического перехода 3→2. $i$ ;

$U$  – скорость распространения излучения в активном элементе;

$\sigma_{3,2,i}$  – поперечное сечение между уровнями 3→2. $i$ ;

$\beta_i$  – показатель потерь.

Выражения (1) достаточно полно описывают, в том числе и процессы возникновения ИК, спонтанного и спонтанно-индуцированного излучения в процессе функционирования передающего канала лазерного средства, а также, в конечном итоге, обеспечивают получение количественных значений выходной интенсивности этих излучений различных энергетических переходов в активном элементе.

Решение системы кинетических уравнений (1) для получения количественных значений выходной интенсивности внеполосных и побочных излучений представляет собой достаточно трудоемкую задачу. Поэтому воспользуемся предложенным в [3] подходом и рассмотрим моделируемый процесс генерации ИК, спонтанного (спонтанно-индуцированного) излучения с точки зрения теории автоматики [7], представив его в виде динамической системы взаимосвязанных между собой инерционных звеньев с соответствующими передаточными функциями.

Применение преобразования Лапласа  $n_i(s) = L_s \{n_i(t)\}$  к системе дифференциальных уравнений (1) при начальных условиях  $n_1(0) = n_0$ ,  $n_2(0) = n_3(0) = n_4(0) = 0$  позволяет получить в общем виде следующую систему:

$$n_4(s) = \frac{W_{14}}{s + \omega_{4,1} + \omega_{4,3}} n_1(s);$$



$$\begin{aligned}
 n_3(s) &= \frac{\omega_{43}}{s + \sum_i A_{3,2i}} n_4(s) - \frac{\sum_i [\sigma_{3,2i} \Delta_i(s) * \bar{J}_{3,2i}(s)]}{s + \sum_i A_{3,2i}}; \\
 n_{2,i}(s) &= \frac{A_{3,2i}}{s + \omega_{2,i,1}} n_3(s) + \frac{\sum_i [\sigma_{3,2i} \Delta_i(s) * \bar{J}_{3,2i}(s)]}{s + \omega_{2,i,1}}; \\
 n_1(s) &= \frac{\sum_i \omega_{2,i,1} n_{2,i}(s)}{s + W_{14}} + \frac{\omega_{41}}{s + W_{14}} n_4(s) + \frac{n_0}{s + W_{14}},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где \* – обозначение свертки в области преобразования Лапласа

$$\Delta_i(s) * \bar{J}_{3,2i}(s) = L_s \{ \Delta_i(t) \bar{J}_{3,2i}(t) \} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi i} \int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty} \Delta_i(z) \bar{J}_{3,2i}(s-z) dz \quad (\lambda > \sigma_1); \\ \frac{1}{2\pi i} \int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty} \bar{J}_{3,2i}(z) \Delta_i(s-z) dz \quad (\lambda > \sigma_2); \end{cases}$$

$$\Delta_i(s) = L_s [\Delta_i(t)], (\sigma > \sigma_1); \bar{J}_{3,2i}(s) = L_s [\bar{J}_{3,2i}(t)], (\sigma > \sigma_2); \text{Re } s > \sigma_1 + \sigma_2.$$

Таким образом, рассматривая процессы генерации внеполосных и побочных излучений лазерного средства с точки зрения теории автоматики, получены передаточные функции, характеризующие инерционность изменения населенностей энергетических уровней кристалла активного элемента передающего лазерного средства.

Использование аппарата передаточных функций позволяет исследовать рассмотренные процессы в виде имитационных моделей на ЭВМ.

Реализуем данный подход применительно к получению энергии тепловыделения активного элемента лазера в рамках исследования процесса формирования ИК-излучения активного элемента на выходе лазерного средства [2] в виде компьютерной модели.

Энергия тепловыделения активной среды лазерного средства зависит от количества частиц и ширины безызлучательных переходов в процессе накачки и генерации, а также от интенсивности излучения ламп накачки [4]. В качестве примера при описании процесса тепловыделения рассмотрим лазер с активным элементом на основе алюмоиттриевого граната с неодимом [6], работающий в импульсном режиме, с импульсной накачкой и непрерывным охлаждением.

Определим  $E_T(t)$ , предположив, что световой импульс накачки имеет прямоугольную форму, отсутствуют нелинейные эффекты (многофотонные переходы), сопровождающие процесс накачки, отсутствуют переходы между уровнями, так как учет этих факторов не оказывает существенного влияния на конечный результат.

Процесс тепловыделения можно разбить на три этапа [2, 6]:

1) до генерации излучения (период времени от включения лампы накачки до достижения  $\Delta_i$  порогового значения  $t_3$ );

2) генерации излучения (период времени от достижения  $\Delta_i$  порогового значения  $t_3$  до окончания формирования зондирующего излучения);

3) послегенерационный этап (с момента окончания формирования зондирующего излучения).



Тепловыделение в активной среде обусловлено безызлучательными переходами частиц с верхнего энергетического уровня 4 на метастабильный уровень 3 и с уровней 2.i на основной уровень 1. Безызлучательные переходы ионов совершаются под воздействием колебаний решетки (фононов) и при этом энергия иона переходит в тепловую энергию кристаллической решетки [6].

Второй этап будет характеризоваться наличием индуцированного излучения от момента времени  $t_3$  до момента времени, когда инверсная населенность станет меньше порогового значения, а третий этап – отсутствием излучения ламп накачки. Момент отключения ламп накачки обуславливается режимом работы лазера.

Для рассматриваемого случая с учетом (1) и (2), принимая допущения  $\sum_i [\sigma_{3,2,i} \bar{J}_{3,2,i}(t)] = \sigma_{32} \bar{J}_{32}(t)$ ,  $\sum_i A_{3,2,i} = A_{32}$ ,  $\sum_i \omega_{2,i,1} n_{2,i}(s) = \omega_{21} n_2(s)$ ,  $\Delta_i = n_3 - n_{2,i} \approx n_3$ , в области преобразования Лапласа получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 n_4(s) &= \frac{W_{14}}{s + \omega_{41} + \omega_{43}} n_1(s) = H_4(s) n_1(s); \\
 n_3(s) &= \frac{\omega_{43}}{s + A_{32}} n_4(s) - \frac{\sigma_{32}}{s + A_{32}} n_3(s) * \bar{J}_{32}(s) = H_3(s) n_4(s) - H_{30}(s) n_3(s) * \bar{J}_{32}(s); \\
 n_2(s) &= \frac{A_{32}}{s + \omega_{21}} n_3(s) + \frac{\sigma_{32}}{s + \omega_{21}} n_3(s) * \bar{J}_{32}(s) = H_2(s) n_3(s) + H_{20}(s) n_3(s) * \bar{J}_{32}(s); \\
 n_1(s) &= \frac{\omega_{21}}{s + W_{14}} n_2(s) + \frac{\omega_{41}}{s + W_{14}} n_4(s) + \frac{n_0}{s + W_{14}} = H_{11}(s) n_2(s) + H_{12}(s) n_4(s) + H_0(s) n_0.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Структурно общую схему процесса формирования теплового излучения передающим каналом лазерного средства в форме передаточных функций можно представить в виде, показанном на рисунке 2.

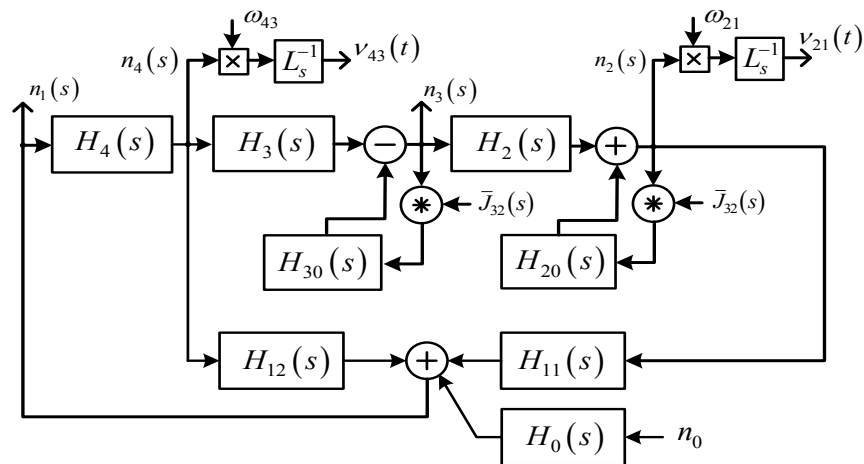


Рисунок 2 – Модель процесса формирования теплового излучения активного элемента в форме передаточных функций

На рисунке 2  $v_{43}(t)$  и  $v_{21}(t)$  – есть интенсивности переходов частиц между уровнями 4→3 и 2→1 соответственно  $v_{43}(t) = n_4(t) \omega_{43}$  и  $v_{21}(t) = n_2(t) \omega_{21}$ .

Умножив интенсивности  $v_{43}(t)$  и  $v_{21}(t)$  на энергии, соответствующие рассматриваемым переходам, определим объемные мощности тепловыделения переходов 4→3 и 2→1:



$$P_{4 \rightarrow 3}(t) = E_{43} \nu_{43}(t); P_{2 \rightarrow 1}(t) = E_{21} \nu_{21}(t), \quad (4)$$

где  $E_{43}$  – разность между энергиями уровней 4 и 3.

Тогда суммарная объемная энергия тепловыделения может быть определена:

$$E_T(t) = \int_{t_0}^{t_0+t} [P_{4 \rightarrow 3}(\tau) + P_{2 \rightarrow 1}(\tau)] d\tau. \quad (5)$$

Кроме того, рассмотренный подход позволяет проводить исследования описанных процессов генерации путем построения цифровых моделей, получаемых посредством z-преобразования, что также удобно для реализации на ЭВМ [7].

Произведя z-преобразование полученных передаточных функций (3) (заменами  $e^{sT} = z$  и  $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ ), можно получить дискретные передаточные функции, определяющие цифровые модели исследуемых процессов [7].

Например, для передаточной функции  $H_4(s)$  из системы (3) дискретная передаточная функция может быть записана следующим образом:

$$H_4(z) = \frac{c_0 + c_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}, \quad (6)$$

где  $c_0 = c_1 = \frac{W_{14}}{\frac{2}{T} + \omega_{41} + \omega_{43}}$ ;

$$a_1 = \frac{\omega_{41} + \omega_{43} - \frac{2}{T}}{\omega_{41} + \omega_{43} + \frac{2}{T}}$$

– коэффициенты полиномов передаточной функции;

$T$  – время дискретизации.

Разработанная модель применительно к первому этапу процесса генерации была реализована с использованием пакета расширений MATLAB Simulink. Схема реализации динамической модели представлена на рисунке 3.

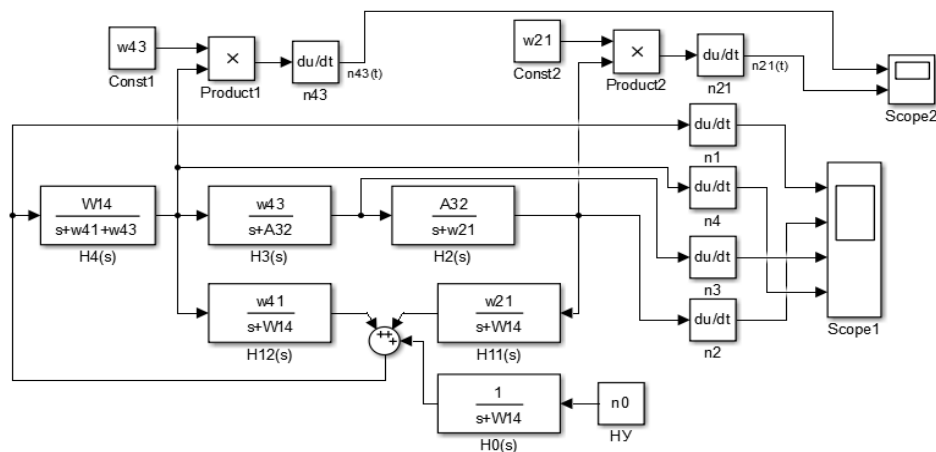
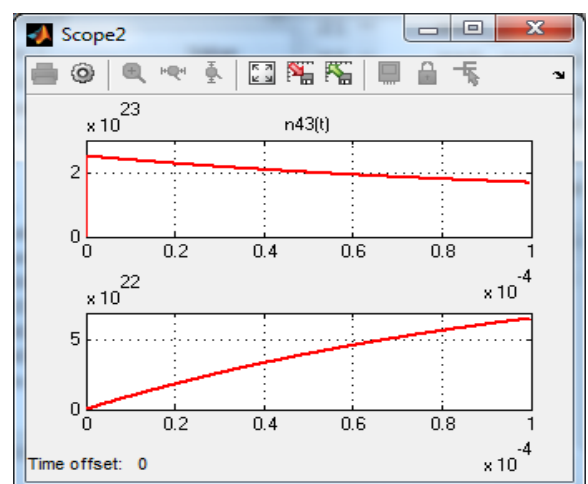
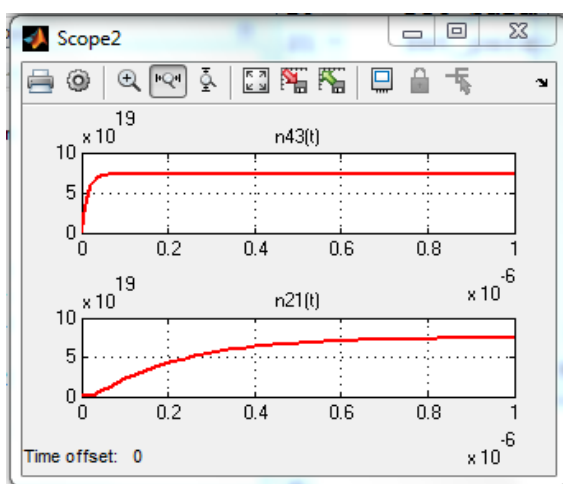
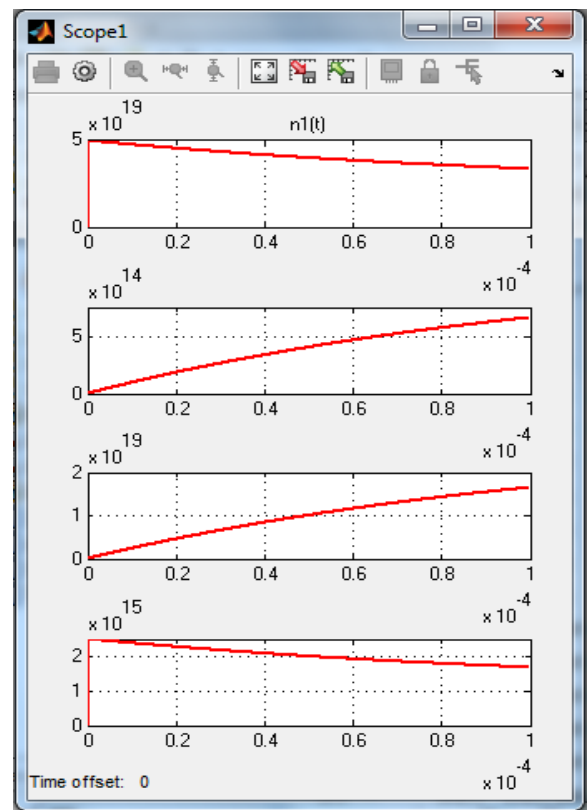
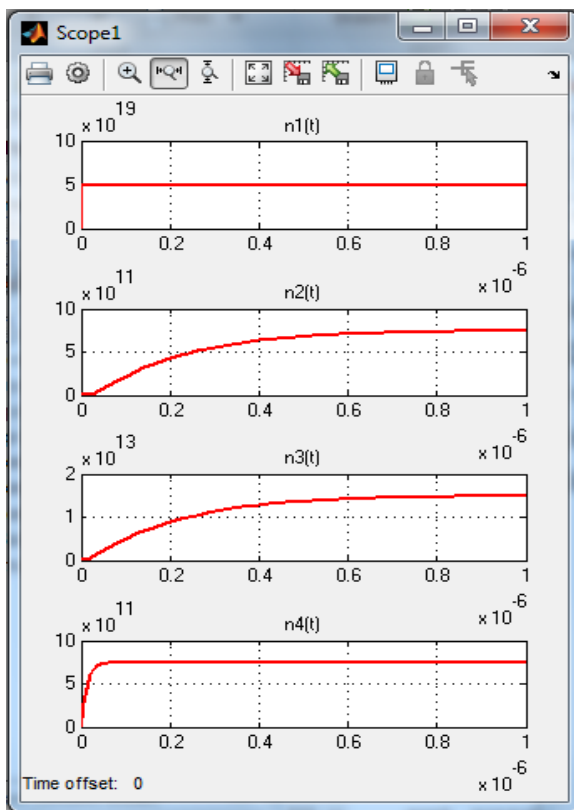


Рисунок 3 – Реализация модели в среде MATLAB (Simulink)



Выходы полученной схемы подключались к осциллографам (Scope), показания которых соответствовали изменениям населенности соответствующих энергетических уровней и искомым интенсивностям переходов  $4 \rightarrow 3$  и  $2 \rightarrow 1$  во времени  $t$ .

Результаты моделирования для первого этапа (до генерации излучения) при различных значениях скорости накачки представлены на рисунке 4. Исходные данные при моделировании:  $n_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ;  $W_{14} = 1,5 \text{ с}^{-1}$  (рисунок 4а);  $W_{14} = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$  (рисунок 4б);  $\omega_{43} = 10^8 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_{21} = 10^8 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_{41} = 0 \text{ с}^{-1}$ ;  $A_{32} = 4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ .



а)

б)

Рисунок 4 – Графики зависимостей изменения населенностей уровней и интенсивностей переходов  $4 \rightarrow 3$  и  $2 \rightarrow 1$  от времени при различных значениях скорости накачки: а)  $1,5 \text{ с}^{-1}$ ; б)  $5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$



Анализ полученных результатов подтверждает адекватность разработанной модели. Для первого этапа генерации лазерного импульса с началом импульса накачки характерно нарастание населенности третьего энергетического уровня вплоть до достижения порогового значения плотности инверсной населенности. При малой скорости накачки снижение населенности первого уровня практически незаметно, заполнение метастабильного уровня происходит крайне медленно. При  $W_{14} = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$  наблюдается снижение интенсивности переходов  $4 \rightarrow 3$  по мере нарастания плотности инверсной населенности.

**Выводы.** Таким образом, применение преобразования Лапласа к кинетическим уравнениям, описывающим нестационарные процессы заселенности энергетических уровней в процессе формирования излучения передающего лазерного средства, позволило рассмотреть процессы генерации внеполосных и побочных излучений лазера с точки зрения теории автоматики. Представление изменения населенностей энергетических уровней в виде динамической системы взаимосвязанных между собой инерционных звеньев с соответствующими передаточными функциями позволило провести компьютерное моделирование системы на ЭВМ.

Разработанная динамическая модель позволяет производить качественную оценку процессов формирования внеполосных и побочных излучений передающего канала лазерного средства с четырехуровневой схемой генерации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козирацкий Ю.Л. Обнаружение и координатометрия оптико-электронных средств, оценка параметров их сигналов: Ю.Л. Козирацкий, А.Ю. Козирацкий, Д.В. Прохоров и др.; под ред. Ю.Л. Козирацкого. М.: Радиотехника, 2015. 456 с.
2. Козирацкий Ю.Л. Модель процесса формирования ИК-излучения активного элемента на выходе лазерного средства / Ю.Л. Козирацкий, А.Ю. Козирацкий, Д.В. Прохоров, З.Б. Федукевич // Радиотехника. 2008. № 11. С. 35–39.
3. Козирацкий А.Ю. Компьютерное моделирование процесса формирования предгенерационных спонтанных излучений лазерными средствами с модуляцией добротности резонатора / А.Ю. Козирацкий, В.М. Коровин, А.В. Кусакин, В.И. Подлужный, З.Б. Федукевич, А.В. Иванцов // Вестник военного института. № 1 (5). 2006. С. 42–48.
4. Козирацкий Ю.Л. Излучение системы накачки лазерных каналов / Ю.Л. Козирацкий, Д.В. Прохоров, Е.И. Грохотов, С.В. Дедов // Радиотехника. 2015. № 12. С. 72–75.
5. Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г. Оптические генераторы на твердом теле. М.: Советское радио, 1967. 384 с.
6. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом / Г.М. Зверев, Ю.Д. Голяев, Е.А. Шалаев, А.А. Шокин. М.: Радио и связь, 1985. 144 с.
7. Коновалов Г.Ф. Радиоавтоматика: Учеб. для вузов по спец. «Радиотехника». М.: Высш. шк. 1990. 335 с.

#### REFERENCES

1. Kozirackij Yu.L. Obnaruzhenie i koordinatometriya optiko-`elektronnyh sredstv, ochenka parametrov ih signalov: Yu.L. Kozirackij, A.Yu. Kozirackij, D.V. Prohorov i dr.; pod red. Yu.L. Kozirackogo. M.: Radiotekhnika, 2015. 456 p.
2. Kozirackij Yu.L. Model' processa formirovaniya IK-izlucheniya aktivnogo `elementa na vyhode lazernogo sredstva / Yu.L. Kozirackij, A.Yu. Kozirackij, D.V. Prohorov, Z.B. Fedukovich // Radiotekhnika. 2008. № 11. pp. 35–39.





3. Kozirackij A.Yu. Komp'yuternoe modelirovanie processa formirovaniya predgeneracionnyh spontannyh izluchenij lazernymi sredstvami s modulyaciej dobrotnosti rezonatora / A.Yu. Kozirackij, V.M. Korovin, A.V. Kusakin, V.I. Podluzhnyj, Z.B. Fedukovich, A.V. Ivancov // Vestnik voennogo instituta. № 1 (5). 2006. pp. 42–48.

4. Kozirackij Yu.L. Izluchenie sistemy nakachki lazernyh kanalov / Yu.L. Kozirackij, D.V. Prohorov, E.I. Grohotov, S.V. Dedov // Radiotekhnika. 2015. № 12. pp. 72–75.

5. Mika`elyan A.L., Ter-Mikaelyan M.L., Turkov Yu.G. Opticheskie generatory na tverdom tele. M.: Sovetskoe radio, 1967. 384 p.

6. Lazery na alyumoitrievom granate s neodimom / G.M. Zverev, Yu.D. Golyaev, E.A. Shalaev, A.A. Shokin. M.: Radio i svyaz', 1985. 144 p.

7. Konovalov G.F. Radioavtomatika: Ucheb. dlya vuzov po spec. «Radiotekhnika». M.: Vyssh. shk. 1990. 335 p.

© Козирацкий Ю.Л., Прохоров Д.В., 2019

Козирацкий Юрий Леонтьевич, доктор технических наук, профессор, профессор 51 кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, urleo@bk.ru.

Прохоров Дмитрий Владимирович, кандидат технических наук, доцент, доцент 51 кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, dvp2201@rambler.ru.