



УДК 623.55.023  
ГРНТИ 78.25.31

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ ДАЛЬНОМЕРНОГО И УГЛОМЕРНОГО КАНАЛОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСКОРЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕЙ ВОЗДУШНОЙ ЦЕЛИ

*С.Л. ИВАНОВ, кандидат технических наук  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)  
А.А. ИСПУЛОВ, кандидат технических наук  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)  
А.Ю. ТРУЩИНСКИЙ, кандидат технических наук  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)  
В.Н. НАДТОЧИЙ  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

Разработан алгоритм фильтрации оценки ускорения воздушной цели для управляемой авиационной ракеты класса «воздух-воздух» основанный на двух каналах сопровождения. Оценки, сформированные в дальномерном канале, используются при фильтрации параметров относительного движения ракеты и цели в угломерном канале, в котором ускорение воздушной цели представлено как узкополосный процесс. Результаты моделирования показывают о высокой точности оценок ускорения воздушной цели разработанного алгоритма по сравнению с существующим.

*Ключевые слова:* управляемая авиационная ракета, алгоритм фильтрации, расширенный фильтр Калмана, ускорение воздушной цели.

## SYNTHESIS OF A RANGE-MEASURING AND ANGLE-MEASURING CHANNEL FILTERING ALGORITHM TO ESTIMATE THE ACCELERATION OF A MANEUVERING AIR TARGET

*S.L. IVANOV, Candidate of Technical sciences  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)  
A.A. ISPULOV, Candidate of Technical sciences  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)  
A.YU. TRUSCHINSKIY, Candidate of Technical sciences  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)  
V.N. NADTOCHIY  
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

An algorithm has been developed for filtering an estimate of the acceleration of an air target for an air-to-air guided missile based on two tracking channels. The estimates formed in the rangefinder channel are used in filtering the parameters of the relative motion of the rocket and the target in the goniometer channel, in which the acceleration of the air target is presented as a narrow-band process. The simulation results show high accuracy estimates of the acceleration of the air target of the developed algorithm compared to the existing one.

*Keywords:* guided missile, filtration algorithm, advanced Kalman filter, acceleration of an air target.

**Введение.** Высокая точность наведения управляемых авиационных ракет (УАР) класса «воздух-воздух» связана с техническими характеристиками ракеты и ее алгоритмическим



обеспечением [1, 2]. Минимизация промаха возможна за счет получения достоверной и полной информации о параметрах относительного движения ракеты и воздушной цели (ВЦ) в условиях радиоэлектронного противодействия противника.

**Актуальность.** В настоящее время реализованные алгоритмы обработки информации позволяют получать оценки измеряемых параметров с высокой точностью по дальномерному и угломерному каналу: дальность до ВЦ, скорость сближения, угол пеленга. Современные условия ведения воздушного боя требуют косвенной оценки неизмеряемых параметров ВЦ скорости, угла пеленга и ускорения в интересах формирования требуемых параметров управления УАР при наведении.

При постановке помех эффективная фильтрация экстраполированных параметров движения ВЦ невозможна, поэтому применяется режим «Память» [3, 4], что приводит к возрастанию динамической ошибки наведения УАР [5–7].

Поэтому **целью работы** является разработка алгоритма фильтрации, позволяющего получать оценки параметров движения маневрирующей ВЦ.

Для достижения цели исследования принято, что управление УАР осуществляется по наиболее распространённому методу пропорционального наведения в горизонтальной плоскости.

Схема взаимного движения УАР и ВЦ, представлена на рисунке 1.

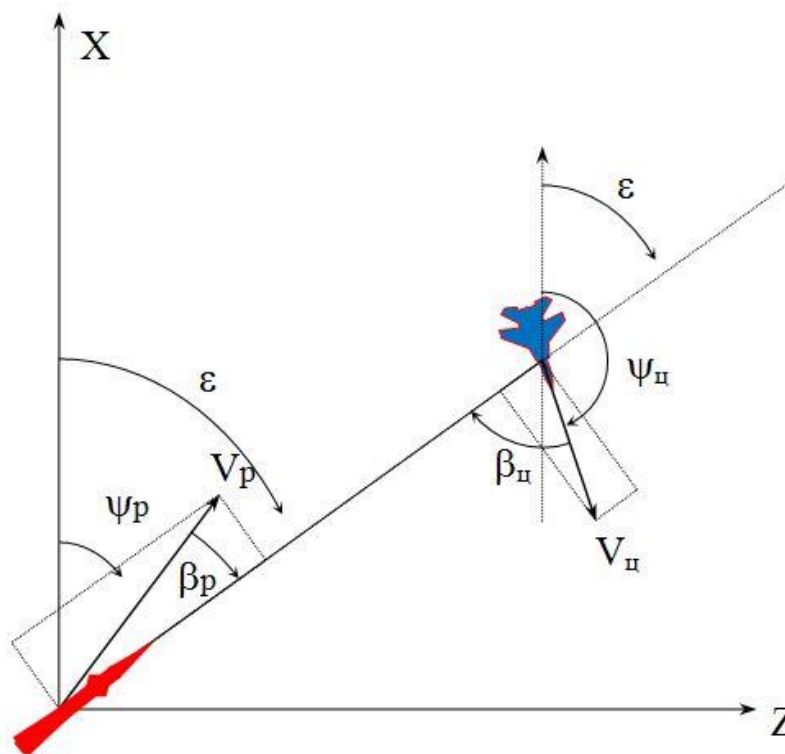


Рисунок 1 – Схема движения ракеты и воздушной цели

Предположим, что движение УАР и ВЦ осуществляется с постоянной скоростью:

$$\dot{V}_p = 0; V_p(0) = V_{p0}; \dot{V}_ц = 0; V_ц(0) = V_{ц0}.$$

В целях оценки параметров движения УАР и ВЦ воспользуемся математическим аппаратом расширенного фильтра Калмана [7, 8], причем отдельно рассмотрим два канала сопровождения (дальномерный и угломерный) и выведем необходимые соотношения.



Дальномерный канал. Вектор состояния и фундаментальная матрица имеет вид в соответствии с моделью Зингера [9, 10]:

$$\mathbf{X}_k^T = D_k \quad V_k \quad a_k ; \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{e^{-\alpha_m T} + \alpha_m T - 1}{\alpha_m^2} \\ 0 & 1 & -\frac{e^{-\alpha_m T} - 1}{\alpha_m} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha_m T} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\alpha_m$  – величина, обратная постоянной времени маневра;

$T$  – период обновления информации.

Ковариационная матрица формирующих шумов выводится следующим образом:

$$D_\lambda(\mathbf{X}) = \int_0^T \Phi(T-t) \mathbf{Q} \Phi^T(T-t) dt = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} + 2\alpha_m^2 T^2 - \frac{2\alpha_m^3 T^3}{3} - 2\alpha_m T + 4\alpha_m T e^{-\alpha_m T} - 1)}{\alpha_m^4} & \frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 2e^{-\alpha_m T} + \alpha_m^2 T^2 - 2\alpha_m T + 2\alpha_m T e^{-\alpha_m T} + 1)}{\alpha_m^3} & -\frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} + 2\alpha_m T e^{-\alpha_m T} - 1)}{\alpha_m^2} \\ \frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 2e^{-\alpha_m T} + \alpha_m^2 T^2 - 2\alpha_m T + 2\alpha_m T e^{-\alpha_m T} + 1)}{\alpha_m^3} & -\frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 4e^{-\alpha_m T} - 2\alpha_m T + 3)}{\alpha_m^2} & \frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 2e^{-\alpha_m T} + 1)}{\alpha_m} \\ -\frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} + 2\alpha_m T e^{-\alpha_m T} - 1)}{\alpha_m^2} & \frac{\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 2e^{-\alpha_m T} + 1)}{\alpha_m} & -\sigma_m^2(e^{-2\alpha_m T} - 1) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha_m \sigma_m^2 \end{bmatrix}$ ;  $\sigma_m^2$  – дисперсия ускорения сближения.

При наведении наблюдаться будут только дальность до ВЦ  $D$  и скорость сближения  $V$ , вектор наблюдений запишется в матричном виде:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \xi, \quad (3)$$

где  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  – матрица связей;

$\xi$  – шум измерений с известной ковариационной матрицей ошибок измерений  $D_{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \sigma_D^2 & 0 \\ 0 & \sigma_V^2 \end{bmatrix}$ ;

$$\sigma_D = \frac{\delta D}{\sqrt{10^{0,1q}}};$$

$$\sigma_V = \frac{\delta V}{\sqrt{10^{0,1q}}};$$

$q$  – отношение сигнал/шум.

Работа алгоритма фильтрации для дальномерного канала возможна с учетом ковариационной матрицы ошибок начальных оценок, вычисляемая по выражению:



$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{A}\mathbf{X} \cdot \mathbf{A}\mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} \sigma_D^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_V^2 & \frac{\sigma_V^2}{T} \\ 0 & \frac{\sigma_V^2}{T} & 2\frac{\sigma_V^2}{T} + \sigma_m^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{A}\mathbf{X}^T = \left[ \Delta D \quad \Delta V \quad a_0 + na - \frac{\Delta V - \Delta V_0}{T} \right]$ .

Таким образом, инициализация и работа фильтра дальномерного канала осуществляются в соответствии с выражениями (1)–(4).

*Угломерный канал.* В отличие от существующего алгоритма обработки информации [11] вектор состояния дополним двумя ненаблюдаемыми параметрами угловой скоростью линии визирования (ЛВ) и ускорением ВЦ, представленное узкополосным процессом.

Уравнение вектора состояния угломерного канала запишем в виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{g} \mathbf{x}_k, \mathbf{U}_k + \mathbf{r}(\mathbf{x}_k) \mathbf{n}_k,$$

где  $\mathbf{x}_k^T = [\beta_k \quad \omega_k \quad a_{\text{цк}}]$ ;  $\mathbf{r}(\mathbf{x}_k)^T = \left[ 0 \quad 0 \quad T\sqrt{2\alpha_{\text{ц}}\sigma_{\text{ц}}^2} \right]$ ;

$$\mathbf{g} \mathbf{x}_k, \mathbf{U}_k = \begin{bmatrix} \beta_{pk} + \omega_k T - \frac{a_{pk} T \cos \beta_{pk}}{D_k} \\ \left( 1 + 2\frac{V_k}{D_k} T \right) \omega_k - \frac{a_{pk} T \cos \beta_{pk}}{D_k} - \frac{a_{\text{цк}} T \cos \beta_{\text{цк}}}{D_k} \\ 1 - \alpha_{\text{ац}} T \quad a_{\text{цк}} \end{bmatrix}.$$

Фундаментальная матрица перехода для угломерного канала примет вид:

$$\Psi(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k) = \frac{d\mathbf{g} \mathbf{x}_k, \mathbf{U}_k}{d\mathbf{x}_k} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ a_{pk} T \sin \beta_{pk} & 1 - \frac{2TV}{D_k} & -\frac{T \cos \beta_{\text{ц}}}{D_k} \\ 0 & 0 & 1 - \alpha_{\text{ац}} T \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $a_{\text{цк}}$  – боковое ускорение ВЦ;

$a_{pk}$  – боковое ускорение УАР, формируемое по методу пропорционального наведения [6, 7, 12];

$\beta_{\text{ц}}$  – угол пеленга ВЦ;

$\alpha_{\text{ац}}$  – величина, обратная постоянной времени маневра ВЦ.



Ковариационная матрица формирующих шумов имеет вид:

$$\mathbf{B}_\lambda(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha_{\text{ац}}\sigma_{\text{ац}}^2 T^2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{\text{ац}}^2$  – дисперсия ускорения цели.

Для угломерного канала наблюдается только угол пеленга  $\beta_p$ , вектор наблюдения запишется в матричном виде:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}\mathbf{x} + \zeta, \quad (7)$$

где  $\mathbf{h} = 1 \ 0 \ 0$  – матрица связей;  $\zeta$  – шум измерений с известными ошибками измерений

$$\mathbf{B}_z = \sigma_\beta^2; \quad \sigma_\beta = \frac{\delta\theta}{\sqrt{10^{0,1q}}}.$$

Ковариационная матрица ошибок начальных оценок, вычисляется в соответствии с выражением:

$$\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_\beta^2 & \frac{\sigma_\beta^2}{T} & 0 \\ \frac{\sigma_\beta^2}{T} & 2\frac{\sigma_\beta^2}{T} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{ц}}^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

**Результаты моделирования.** С учетом математического аппарата расширенного фильтра Калмана и приведенных выражений (1)–(8) разработан алгоритм фильтрации для дальномерного и угломерного канала. Оценки дальности  $\hat{D}$  и скорости сближения  $\hat{V}$ , сформированные в дальномерном канале используются при функционировании алгоритма угломерного канала. Исходные данные моделирования: скорость УАР 600 м/с; начальный угол курса УАР 45 градусов; навигационная постоянная  $N=4$ ; время обновление информации 0,01 с; скорость ВЦ 250 м/с; начальный угол курса 280 градусов; ускорение ВЦ изменяется по следующему закону:

$$a_{\text{ц}} = \begin{cases} 0, & \text{если } t < 40 \text{ с} \\ -5, & \text{если } 40 \text{ с} \leq t < 70 \text{ с} \\ 5, & \text{если } t \geq 70 \text{ с} \end{cases}.$$

Величины, обратные постоянной времени маневра  $\alpha_m = \alpha_{\text{ц}} = 0,01 \text{ с}^{-1}$ ; СКО ускорения сближения и цели  $\sigma_m = \sigma_{\text{ац}} = 10 \text{ м/с}^2$ ; разрешение по дальности  $\delta D = 150 \text{ м}$ , по скорости  $\delta V = 200 \text{ м/с}$ , по углу  $\delta\theta = 0,1$  градуса; отношение сигнал/шум 20 дБ.



Траектории движения УАР и ВЦ представлены на рисунке 2. В интересах оценки эффективности проведен сравнительный анализ существующего и разработанного алгоритма фильтрации. В качестве показателя сравнения приняты угловая скорость ЛВ и ускорение ВЦ.

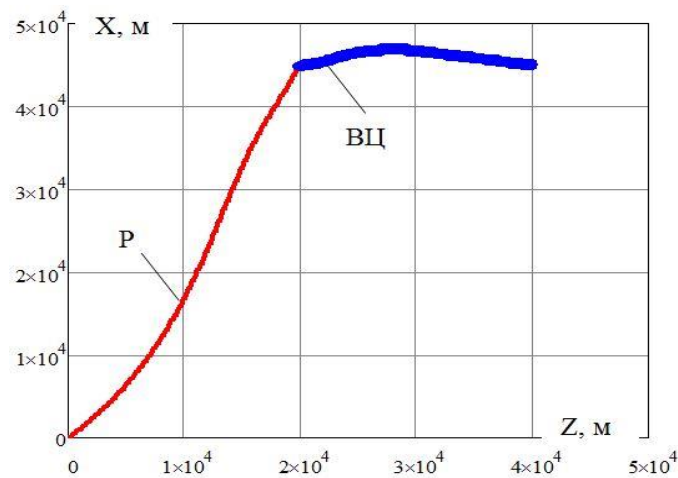


Рисунок 2 – Траектории движения ракеты и воздушной цели

Результаты моделирования представлены на рисунках 3 и 4, на которых: кривая 1 – заданное ускорение цели; кривая 2 – оценка ускорения цели, формируемая разработанным алгоритмом; кривая 3 – оценка ускорения цели, формируемая существующим алгоритмом.

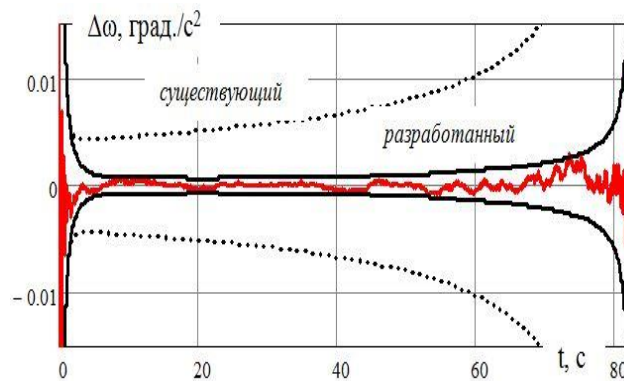


Рисунок 3 – Погрешность оценок угловой скорости линии визирования

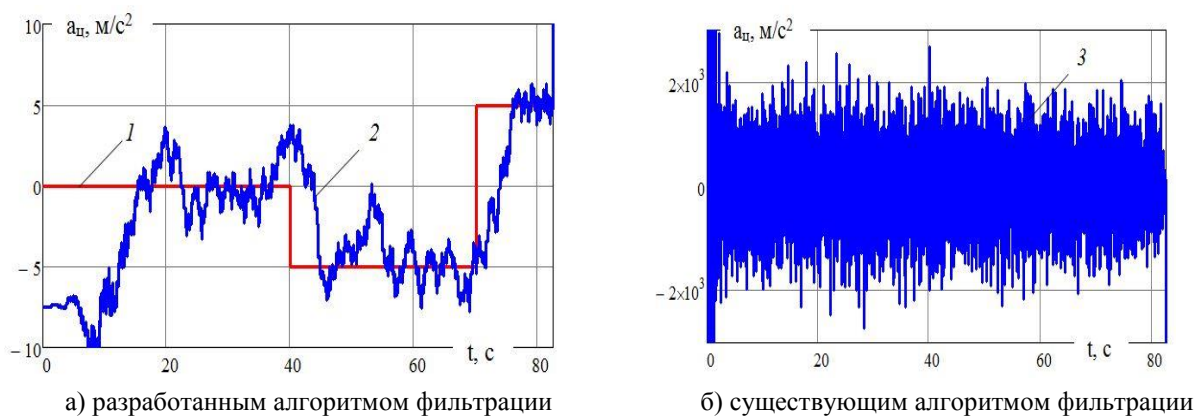


Рисунок 4 – Оценка ускорения воздушной цели



Анализ представленных количественных характеристик позволяет сделать следующее заключение:

разработанный алгоритм фильтрации, реализованный с учетом выражений (1)–(8), работоспособен и обладает высокой точностью по всем оцениваемым параметрам;

вид области « $\pm 3\sigma$ » для разработанного и существующего алгоритма фильтрации при оценке угловой скорости ЛВ показывает, что предлагаемый подход обладает большей точностью до 80 % и позволяет сопровождать маневрирующую ВЦ по углу пеленга;

оценки ускорения ВЦ, полученные разработанным алгоритмом фильтрации (кривая 2) практически точно отражают характер изменения заданных значений (кривая 1), представленные на рисунке 4а, что позволит использовать в алгоритме наведения УАР достоверные оценки. Кривая 3 (рисунок 4б) показывает неспособность существующего алгоритма формировать оценки ускорения с необходимой точностью.

**Выводы.** Таким образом, в ходе исследования разработан алгоритм фильтрации, учитывающий кинематику движения УАР и ВЦ при вычислении оценок угловой скорости ЛВ и ускорения ВЦ, представленный как узкополосный процесс. Это позволяет осуществлять сопровождение ВЦ дальномерным и угломерным каналами без перехода в режим «Память», формировать достоверные оценки не только измеряемых параметров, но и угловой скорости ЛВ и ускорения ВЦ. Потенциальные возможности алгоритма в заданных условиях позволяют получать оценки угловой скорости ЛВ с ошибкой не более  $10^{-3}$  град./с<sup>2</sup>, оценки ускорения ВЦ с ошибкой не более 10 м/с<sup>2</sup>. Следует отметить также, что данные точностные характеристики правомерны только в случае движения ВЦ с постоянной скоростью, в противном случае характеристики с высокой вероятностью будут хуже. Такие условия потребуют применения процедур определения факта маневрирования для заблаговременной подстройки алгоритмов обработки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боевые авиационные комплексы и их эффективность. Под ред. О.В. Болоховитин. М.: ВВИА, 2008. 224 с.
2. Проблемы повышения эффективности авиационных управляемых средств поражения. Научно-методические материалы. М.: ВВИА, 1990. 136 с.
3. Многофункциональные радиолокационные комплексы истребителей. Под В.Н. Лепина. М.: Радиотехника, 2014. 296 с.
4. Верба В.С. Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Состояние и тенденции развития. М.: Радиотехника, 2008. 432 с. с ил.
5. Авиационные управляемые ракеты. Авиационные управляемые ракеты и бомбы, их устройство. Под ред. И.Е. Казакова. М.: ВВИА, 1984. 230 с.
6. Кучин В.П., Харитонов А.П. Системы управления и динамика наведения авиационных ракет. Киев: КВВАИУ, 1975. 260 с.
7. Авиационные системы радиоуправления. Т.1. Принципы построения систем радиоуправления. Основы синтеза и анализа. Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2003. 192 с.
8. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы: ч.1. Бар-Шалом Я., Ли Х.-Р. [пер. с англ. Д.Д. Дмитриева]. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 271 с.
9. Р. Зингер. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью. С. 40–57.
10. Оценка точности алгоритма фильтрации при сопровождении маневрирующей воздушной цели по угловым координатам /А.А. Испулов, С.Л. Иванов // М.: МАИ. Труды МАИ, № 97. 2017.



11. Авиационные системы радиоуправления. Под ред. В.И.Меркулов. М.: Изд. ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2008. 423 с.

12. Богданов А.В. Методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух-воздух» на групповую воздушную цель. А.В. Богданов, А.А. Филонов, А.А. Ковалев, А.А. Кучин, И.В. Лютиков. Красноярск: СФУ, 2014. 169 с.

#### REFERENCES

1. Boevye aviacionnye komplekсы i ih `effektivnost'. Pod red. O.V. Bolohovitin. M.: VVIA, 2008. 224 p.

2. Problemy povysheniya `effektivnosti aviacionnyh upravlyaemyh sredstv porazheniya. Nauchno-metodicheskie materialy. M.: VVIA, 1990. 136 p.

3. Mnogofunktional'nye radiolokacionnye komplekсы istrebitelej. Pod V.N. Lepina. M.: Radiotekhnika, 2014. 296 p.

4. Verba V.S. Aviacionnye komplekсы radiolokacionnogo dozora i navedeniya. Sostoyanie i tendencii razvitiya. M.: Radiotekhnika, 2008. 432 p. s il.

5. Aviacionnye upravlyaemye rakety. Aviacionnye upravlyaemye rakety i bomby, ih ustrojstvo. Pod red. I.E. Kazakova. M.: VVIA, 1984. 230 p.

6. Kuchin V.P., Haritonov A.P. Sistemy upravleniya i dinamika navedeniya aviacionnyh raket. Kiev: KVVAIU, 1975. 260 p.

7. Aviacionnye sistemy radioupravleniya. T.1. Principy postroeniya sistem radioupravleniya. Osnovy sinteza i analiza. Pod red. A.I. Kanaschenkova. M.: Radiotekhnika, 2003. 192 p.

8. Traektor'naya obrabotka. Principy, sposoby i algoritmy: ch.1. Bar-Shalom Ya., Li H.-R. [per. s angl. D.D. Dmitrieva]. M.: MGTU im. N.E. Bauman, 2011. 271 p.

9. R. Zinger. Ocenka harakteristik optimal'nogo fil'tra dlya slezheniya za pilotiruemoj cel'yu. pp. 40–57.

10. Ocenka tochnosti algoritma fil'tracii pri soprovozhdenii manevriruyushej vozduшной celi po uglovym koordinatam /A.A. Ispulov, S.L. Ivanov // M.: MAI. Trudy MAI, № 97. 2017.

11. Aviacionnye sistemy radioupravleniya. Pod red. V.I.Merkulov. M.: Izd. VVIA im. N.E. Zhukovskogo, 2008. 423 p.

12. Bogdanov A.V. Metody samonavedeniya iстреbitelej i raket класса «vozduh-vozduh» na gruppovuyu vozdušnuyu cel'. A.V. Bogdanov, A.A. Filonov, A.A. Kovalev, A.A. Kuchin, I.V. Lyutikov. Krasnoyarsk: SFU, 2014. 169 p.

© Иванов С.Л., Испулов А.А., Трущинский А.Ю., Надточий В.Н., 2019

Иванов Станислав Леонидович, кандидат технических наук, преподаватель 101 кафедры авиационных радиоэлектронных комплексов, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.

Испулов Аманбай Аватович, кандидат технических наук, заместитель начальника отдела научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, [ispulovy@yandex.ru](mailto:ispulovy@yandex.ru).

Трущинский Алексей Юрьевич, кандидат технических наук, старший преподаватель 102 кафедры авиационных систем и комплексов радионавигации и радиосвязи, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.

Надточий Виктор Николаевич, научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А.