



УДК 621.396
ГРНТИ 47.49.02

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ТРЁХМЕРНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ НАЗЕМНЫХ ЦЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ БОРТОВОГО ПЕЛЕНГОВАНИЯ

*В.А. УФАЕВ, доктор технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
М.П. БЕЛЯЕВ, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

С применением критериев максимального правдоподобия и минимума расстояния до линии пеленга с учётом рельефа местности синтезированы алгоритмы трёхмерного определения координат наземных целей по результатам бортового пеленгования. Методами Крамара и линеаризации получены формулы расчёта потенциальной точности, моделированием подтверждена их адекватность.

Ключевые слова: бортовое пеленгование, определение координат, синтез и анализ алгоритмов, рельеф местности, потенциальные точности, имитационное статистическое моделирование.

SYNTHESIS AND ANALYSIS OF GROUND TARGETS THREE-DIMENSIONAL DETERMINATION COORDINATE ALGORITHMS ACCORDING TO THE RESULTS OF THE ONBOARD DIRECTION FINDING

*V.A. UFAEV, Doctor of Technical Sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
M.P. BELYAEV, Candidate of Technical Sciences
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)*

Using the maximum likelihood criteria and the minimum distance to the bearing line, taking into account the terrain, algorithms for the ground targets three-dimensional coordinates determination based on the results of airborne direction finding were synthesized. Using the methods of Cramar and linearization, formulas for calculating potential accuracy have been obtained, and their adequacy has been confirmed by modeling.

Keywords: onboard direction finding, coordinate determination, synthesis and analysis algorithms, terrain, potential accuracy, simulation statistical modeling.

Введение. В работах, посвящённых местоопределению наземных источников радиоизлучения с борта летательного аппарата, как правило, ограничиваются определением координат излучателя на плоскости, горизонтальных координат, и по результатам одномерного по азимуту пеленгования [1, 2].

Потребность трёхмерного в пространстве местоопределения возникает в связи с неопределённостью высоты места излучения, обусловленной перепадами высот местности при расположении излучателя вблизи земной поверхности или высоты поднятия над ней. Здесь более широкие возможности реализуемы с применением способов двухмерного пеленгования. Необходим синтез соответствующих алгоритмов и анализ их потенциальной точности. При этом может быть использован методический аппарат работ [3-5] с учётом специфики новой задачи.

Цель статьи – синтез и анализ алгоритмов трёхмерного определения координат наземных целей по результатам пеленгования с борта летательного аппарата.



Задача синтеза состоит в формировании правила обработки результатов пеленгования, обеспечивающего минимум ошибок местоопределения по заданному критерию.

Определим следующие общие условия её решения. Положение источника излучения зададим в земной (топоцентрической) системе координат, на горизонтальной плоскости: x – абсцисса, y – ордината, и по аппликате-высоте h . Пространственное положение бортового пеленгатора X_n, Y_n, H_n , где $n = 0, \dots, N - 1$ – номер позиции пеленгования при общем количестве N , считаем известным.

Далее рассмотрим варианты решения задачи.

Алгоритм А максимального правдоподобия совместной оценки горизонтальных координат и высоты места излучения.

Направление на излучатель зададим посредством вектора двумерного пеленга, направленного на излучатель из места положения летательного аппарата, и определим его в виде составляющих по осям координат:

$$I_n(x, y, h) = \frac{x - X_n}{d_n(x, y, h)}, \quad R_n(x, y, h) = \frac{y - Y_n}{d_n(x, y, h)}, \quad V_n(x, y, h) = \frac{h - H_n}{d_n(x, y, h)}, \quad (1)$$

где $d_n(x, y, h) = \sqrt{(x - X_n)^2 + (y - Y_n)^2 + (h - H_n)^2}$ – наклонная дальность до цели.

Эти составляющие соответственно равны: $\cos \beta \cdot \sin \theta$, $\cos \beta \cdot \cos \theta$, $\sin \beta$, где $-\pi \leq \theta < \pi$ – азимут цели, отсчёт положительных значений от оси ординат y по часовой стрелке, $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$ – угол места, отсчёт положительных значений от горизонтальной плоскости вверх.

Измерение вектора пеленга обеспечивается, например фазовым методом с помощью объёмной антенной решётки [6] или способами амплитудного двумерного пеленгования [7]. Результаты измерений, отметим их скобкой сверху, $\hat{I}_n, \hat{R}_n, \hat{V}_n$ являются независимыми нормально распределёнными случайными величинами с дисперсией σ^2 и математическим ожиданием (1).

Исходя из числа измерений и количества неизвестных параметров число позиций пеленгования должно быть не менее двух $N \geq 2$.

В соответствии с [3, 4] образуем функционал правдоподобия в виде суммы квадратов разностей измеренных и расчётных значений составляющих векторов пеленгов нормированной на удвоенную дисперсию измерений:

$$f(x, y, h) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \sum_n \left(\hat{I}_n - I_n(x, y, h) \right)^2 + \left(\hat{R}_n - R_n(x, y, h) \right)^2 + \left(\hat{V}_n - V_n(x, y, h) \right)^2. \quad (2)$$

Этот функционал представляет собой показатель степени экспоненты функции правдоподобия. Оценка координат излучателя есть положение его минимума в области местонахождения источника:

$$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{h}) = \arg \min_{x, y, h} f(x, y, h). \quad (3)$$

Потенциальную точность оценки координат по алгоритму (3) найдём методом Крамера [8]. Для этого определим информационную матрицу:



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xh} \\ a_{xy} & a_{yy} & a_{yh} \\ a_{xh} & a_{yh} & a_{hh} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

с элементами в виде вторых производных функционала правдоподобия (2) по координатным осям в точке оценочных координат и измерениях равных истинным значениям. Вследствие последнего условия в процессе дифференцирования следует учитывать равенство нулю разностей в функционале (2), что приводит к комбинациям первых производных, например для варианта $xу$ получим:

$$a_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y, h) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_n \frac{\partial}{\partial x} R_n \frac{\partial}{\partial y} R_n + \frac{\partial}{\partial x} I_n \frac{\partial}{\partial y} I_n + \frac{\partial}{\partial x} V_n \frac{\partial}{\partial y} V_n, \quad (5)$$

где $\frac{\partial}{\partial x} R_n = -\frac{(x - X_n) \cdot (y - Y_n)}{d_n^3(x, y, h)}$, $\frac{\partial}{\partial y} R_n = -\frac{d_n^2(x, y, h) - (y - Y_n)^2}{d_n^3(x, y, h)}$,
 $\frac{\partial}{\partial h} R_n = -\frac{(h - H_n) \cdot (y - Y_n)}{d_n^3(x, y, h)}$, $\frac{\partial}{\partial x} I_n = -\frac{d_n^2(x, y, h) - (x - X_n)^2}{d_n^3(x, y, h)}$, $\frac{\partial}{\partial y} I_n = \frac{\partial}{\partial y} I_n$,
 $\frac{\partial}{\partial h} I_n = -\frac{(h - H_n) \cdot (x - X_n)}{d_n^3(x, y, h)}$, $\frac{\partial}{\partial x} V_n = \frac{\partial}{\partial h} I_n$, $\frac{\partial}{\partial y} V_n = \frac{\partial}{\partial h} R_n$,
 $\frac{\partial}{\partial h} V_n = -\frac{d_n^2(x, y, h) - (h - H_n)^2}{d_n^3(x, y, h)}$.

Указание зависимости составляющих вектора пеленга R_n, I_n, V_n от координат (x, y, h) опущено для упрощения записи.

Вследствие однотипности формул для других комбинаций параметров ограничимся приведенным фрагментом (5).

После определения информационной матрицы (4) получим обратную ей матрицу ковариации ошибок:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}, \quad (6)$$

с элементами b_{ij} , где $i, j = 0, 1, 2$ – номера её строк и столбцов.

В последующем сравнительную оценку эффективности алгоритмов будем выполнять по двум показателям: линейной ошибке определения координат в горизонтальной плоскости, как среднего квадратичного дисперсий по осям x и y , и средней квадратической ошибке определения высоты места излучения:

$$\sigma_r = \sqrt{b_{0,0} + b_{1,1}}, \quad \sigma_h = \sqrt{b_{2,2}}. \quad (7)$$

Согласно формуле (3) в алгоритме A необходим поиск минимума трёхмерного функционала. В алгебраической форме это не удаётся, а привлечение численных методов



требует значительных вычислительных затрат. От этого недостатка свободен следующий алгоритм.

Алгоритм А' оценки координат по критерию минимума расстояний до линии пеленга.

Соответствующий трёхмерный функционал определяется как сумма квадратов расстояний до линий пеленга в координатных плоскостях:

$$f(x, y, h) = \sum_n (L_{1n}^2(x, y, h) + L_{2n}^2(y, h) + L_{3n}^2(x, h)) \cdot w_n, \quad (8)$$

где w_n – весовые коэффициенты.

Расстояние до линии пеленга в горизонтальной и вертикальных координатных плоскостях равно:

$$L_{1n}(x, y, h) = \frac{(x - X_n) \cdot \widehat{R}_n - (y - Y_n) \cdot \widehat{I}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}, \quad (9)$$

$$L_{2n}(y, h) = \frac{(y - Y_n) \cdot \widehat{V}_n - (h - H_n) \cdot \widehat{R}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}, \quad L_{3n}(x, h) = \frac{(x - X_n) \cdot \widehat{V}_n - (h - H_n) \cdot \widehat{I}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}.$$

Минимизация функционала (8) с составляющими (9) достигается алгебраически, путём его дифференцирования, приравнивания результатов нулю, составления и решения системы линейных уравнений с определением пространственных координат цели по формулам:

$$\begin{bmatrix} \widehat{x} \\ \widehat{y} \\ \widehat{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_5 & c_6 \\ -c_3 & -c_6 & c_8 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c_4 \\ c_7 \\ c_9 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $c_3 = -\sum_n \widehat{V}_n \cdot \widehat{I}_n \cdot \widehat{w}_n$, $c_4 = \sum_n (\text{Im}(\dot{Z}_n) \cdot (\widehat{R}_n^2 + \widehat{V}_n^2) - (\text{Re}(\dot{Z}_n) \cdot \widehat{R}_n + (H_n) \cdot \widehat{V}_n) \cdot \widehat{I}_n) \cdot \widehat{w}_n$,

$c_6 = -\sum_n \widehat{V}_n \cdot \widehat{R}_n \cdot \widehat{w}_n$, $c_7 = \sum_n (\text{Re}(\dot{Z}_n) \cdot (\widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2) - (\text{Im}(\dot{Z}_n) \cdot \widehat{I}_n + (H_n) \cdot \widehat{V}_n) \cdot \widehat{R}_n) \cdot \widehat{w}_n$,

$c_8 = -\sum_n (\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2) \cdot \widehat{w}_n$, $c_9 = \sum_n (\text{Im}(\dot{Z}_n) \cdot \widehat{V}_n \cdot \widehat{I}_n + \text{Re}(\dot{Z}_n) \cdot \widehat{V}_n \cdot \widehat{R}_n - H_n \cdot (\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2)) \cdot \widehat{w}_n$.

Промежуточные суммы c_k вычисляются рекуррентно, добавлением результатов преобразования вновь поступивших измерений к ранее полученным.

В функционал (8) введены весовые коэффициенты w_n . Это обусловлено неравноценностью вклада в оценку координат измерений различных пунктов пеленгования. Действительно, с применением метода линеаризации функций случайных аргументов [9], в данном случае аргументы $\widehat{R}_n, \widehat{I}_n, \widehat{V}_n$, можно показать, что математическое ожидание суммы квадратов расстояний до линии пеленга пропорционально квадрату наклонной дальности до источника от пеленгатора. Исходя из этого, установим обратные квадрату дальности весовые коэффициенты. Наклонная дальность равна $(H_n - h) / \sin \beta \approx H_n / \widehat{V}_n$. В приближении принято $H_n \gg h$, что обычно выполняется из условий обеспечения безопасности полёта, а значение синуса угла места заменено его оценочным значением исхо-



для из определения $V_n(x, y, h)$ в формуле (1). С учётом приближённого равенства весовые коэффициенты определяются результатами только текущих измерений: $w_n = \widehat{V}_n^2 / H_n^2$.

Алгоритм Б максимального правдоподобия оценки координат с учётом рельефа местности.

Во многих практических случаях излучатель расположен вблизи земной поверхности и высотой его поднятия над Землёй можно пренебречь.

Допустим, что известна функция рельефа местности как зависимость высоты от горизонтальных координат $h(x, y)$. Отсчёт высоты осуществляют от уровня мирового океана. Необходимые при этом данные содержатся в цифровых картах местности, см. например [10]. При больших высотах полёта и дальностях до источника излучения следует дополнительно учитывать сферичность земной поверхности. Для этого используем уравнение сферы и переопределим функцию рельефа:

$$h(x, y) =: h(x, y) + r \cdot \left(1 - \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{r^2}} \right), \quad (11)$$

где r – средний радиус Земли.

При известной функции рельефа местности $h(x, y)$ преобразования (1)-(3) упрощаются с переходом в двумерные:

$$d_n(x, y) = \sqrt{(x - X_n)^2 + (y - Y_n)^2 + (h(x, y) - H_n)^2}, \quad (12)$$

$$I_n(x, y) = \frac{x - X_n}{d_n(x, y)}, \quad R_n(x, y) = \frac{y - Y_n}{d_n(x, y)}, \quad V_n(x, y) = \frac{h(x, y) - H_n}{d_n(x, y)}, \quad (13)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sum_n (\widehat{I}_n - I_n(x, y))^2 + (\widehat{R}_n - R_n(x, y))^2 + (\widehat{V}_n - V_n(x, y))^2, \quad (14)$$

$$\widehat{x}, \widehat{y} = \underset{x, y}{\operatorname{arg\,min}} f(x, y). \quad (15)$$

После определения горизонтальных координат (15) высота места излучения определяется тривиально по заданной функции рельефа местности:

$$\widehat{h} = h(\widehat{x}, \widehat{y}). \quad (16)$$

В связи с уменьшением количества неизвестных параметров, ограничение по числу позиций пеленгования ослабляется до предельного $N \geq 1$.

Применительно к функционалу правдоподобия (14) информационная матрица становится двумерной:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{xy} & a_{yy} \end{bmatrix}. \quad (17)$$



Элементы матрицы определяются аналогично (5), необходимые при этом производные находятся по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} R_n = - \frac{\left((x - X_n) + (h(x, y) - H_n) \cdot \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) \right) \cdot (y - Y_n)}{d_n^3(x, y)}, \\ \frac{\partial}{\partial y} R_n = \frac{d_n^2(x, y) - \left((y - Y_n) + (h(x, y) - H_n) \cdot \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) \right) \cdot (y - Y_n)}{d_n^3(x, y)}, \\ \frac{\partial}{\partial x} I_n = - \frac{d_n^2(x, y) - \left((x - X_n) + (h(x, y) - H_n) \cdot \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) \right) \cdot (x - X_n)}{d_n^3(x, y)}, \\ \frac{\partial}{\partial y} I_n = - \frac{\left((y - Y_n) + (h(x, y) - H_n) \cdot \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) \right) \cdot (x - X_n)}{d_n^3(x, y)}, \\ \frac{\partial}{\partial x} V_n = \frac{d_n^2(x, y) \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) - \left((x - X_n) + (h(x, y) - H_n) \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) \right) \cdot (h(x, y) - H_n)}{d_n^3(x, y)}, \\ \frac{\partial}{\partial y} V_n = \frac{d_n^2(x, y) \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) - \left((y - Y_n) + (h(x, y) - H_n) \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) \right) \cdot (h(x, y) - H_n)}{d_n^3(x, y)}. \end{array} \right. \quad (18)$$

Обратная матрице (17) матрица ковариации ошибок **B**, аналогична (6), но двухмерная. Дисперсия оценок по осям координат, коэффициент корреляции и линейная ошибка определения координат в горизонтальной плоскости определяются через её элементы:

$$D_x = b_{0,0}, \quad D_y = b_{1,1}, \quad \rho_{xy} = - \frac{b_{0,1}}{\sqrt{D_x \cdot D_y}}, \quad \sigma_r = \sqrt{D_x + D_y}. \quad (19)$$

Формулу расчёта средней квадратической ошибки определения высоты с учётом функциональной взаимосвязи (16) получим методом линеаризации [9], определяя производные рельефа местности по осям абсцисс и ординат в точке истинного положения цели:

$$\sigma_h = \sqrt{D_x \left(\frac{\partial}{\partial x} h(x, y) \right)^2 + D_y \left(\frac{\partial}{\partial y} h(x, y) \right)^2 + 2 \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) \frac{\partial}{\partial y} h(x, y) \rho_{xy} \sqrt{D_x \cdot D_y}}. \quad (20)$$

При одномерном по азимуту пеленговании для расчёта потенциальной точности в (12)-(14) и далее в (17)-(20) компоненты связанные с высотой $h(x, y) - H_n$, $V_n(x, y)$ и $\hat{V}_n - V_n(x, y)$ исключают (обнуляют).



Алгоритм Б' оценки координат по критерию минимума расстояний до линии пеленга с учётом рельефа местности.

Казалось бы нет препятствий выполнить синтез по принципу, принятому для алгоритма *А'*, да ещё с упрощением по причине снижения размерности задачи. Но гладко было на бумаге, да забыли про овраги, и в данном случае это не идиома, а по сути, буквально.

Что ж, по аналогии с (8), но памятуя зависимость $h(x, y)$, запишем соответствующий рассматриваемому варианту двухмерный функционал:

$$f(x, y) = \sum_n (L_{1n}^2(x, y) + L_{2n}^2(y) + L_{3n}^2(x)) \cdot w_n. \quad (21)$$

Здесь расстояние до линии пеленга в горизонтальной и вертикальных плоскостях равно:

$$L_{1n}(x, y) = \frac{(x - X_n) \cdot \widehat{R}_n - (y - Y_n) \cdot \widehat{I}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}, \quad (22)$$

$$L_{2n}(y) = \frac{(y - Y_n) \cdot \widehat{V}_n - (h(x, y) - H_n) \cdot \widehat{R}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}, \quad L_{3n}(x) = \frac{(x - X_n) \cdot \widehat{V}_n - (h(x, y) - H_n) \cdot \widehat{I}_n}{\sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}}.$$

С учётом квадратичной формы функционала (20) с компонентами (21) минимизация его в алгебраическом виде возможна лишь при линейной аппроксимации земной поверхности $h(x, y)$, что собственно и принято в известных способах [11-13].

Чтобы снять данное ограничение, используем метод последовательных приближений.

На первом этапе, даже не прибегая к линейной аппроксимации, что возможно, определим среднюю высоту местности в рабочей зоне. Для этой средней высоты минимизацией функционала (21) с компонентами (22) получим первичную оценку горизонтальных координат и затем по (16) высоты.

На втором этапе повторим процесс применительно к первичной оценке высоты места излучения.

Преимуществом при этом является применение единого расчётного алгоритма координат источника на плоскости на обоих этапах оценивания.

Определяя положение минимума функционала (20) получим:

$$\widehat{x} = \frac{(c_4 + \widetilde{h} \cdot c_6) \cdot c_2 - c_3 \cdot (c_5 + \widetilde{h} \cdot c_7)}{c_1 \cdot c_2 - c_3^2}, \quad \widehat{y} = \frac{c_1 \cdot (c_5 + \widetilde{h} \cdot c_7) - c_3 \cdot (c_4 + \widetilde{h} \cdot c_6)}{c_1 \cdot c_2 - c_3^2}. \quad (23)$$

Величина \widetilde{h} есть средняя высота местности или первичная оценка места излучения на первом и втором этапе соответственно.

Исходные величины c_k при этом есть результат функционального преобразования измерений и суммирования по формулам:



$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = \sum_n (\widehat{R}_n^2 + \widehat{V}_n^2) \cdot w'_n, \quad c_2 = \sum_n (\widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2) \cdot w'_n, \quad c_3 = -\sum_n \widehat{R}_n \cdot \widehat{I}_n \cdot w'_n, \\ c_4 = \sum_n \left((\widehat{R}_n^2 + \widehat{V}_n^2) \cdot X_n - (Y_n \cdot \widehat{R}_n + H_n \cdot \widehat{V}_n) \cdot \widehat{I}_n \right) \cdot w'_n, \\ c_5 = \sum_n \left((\widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2) \cdot Y_n - (X_n \cdot \widehat{I}_n + H_n \cdot \widehat{V}_n) \cdot \widehat{R}_n \right) \cdot w'_n, \\ c_6 = \sum_n \widehat{V}_n \cdot \widehat{I}_n \cdot w'_n, \quad c_7 = \sum_n \widehat{V}_n \cdot \widehat{R}_n \cdot w'_n, \end{array} \right. \quad (24)$$

где $w'_n = w_n / \sqrt{\widehat{R}_n^2 + \widehat{I}_n^2 + \widehat{V}_n^2}$.

При большом количестве засечек пеленга определение величин c_k целесообразно проводить рекуррентно, путём накопления преобразованных результатов измерений по (24). В этом случае не требуется регистрации всех предыдущих результатов измерений, достаточно преобразовать вновь полученные результаты и добавить к уже имеющимся. Существенно, что на втором и последующих этапах, далее принято 4 этапа, полный перерасчёт по (24) не выполняется, достаточно переопределить \tilde{h} и выполнить преобразования согласно (23).

Формулы (23), (24) применимы и для расчёта координат по результатам одномерного пеленгования, при этом число позиций пеленгования не менее двух $N \geq 2$ и источник не должен находиться на линии базы. В этом случае следует установить $\tilde{h} = 0$, $\widehat{V}_n = 0$, $w_n = 1$. Небольшое увеличение точности даёт повторный расчёт при весовых коэффициентах обратно пропорциональных квадрату оценочной горизонтальной дальности до источника $w_n = 1 / ((\hat{x} - X_n)^2 + (\hat{y} - Y_n)^2)$.

Функционалы по критерию минимума расстояний до линии пеленга трёхмерный (8) и двухмерный (21) не являются функционалами правдоподобия, непосредственно к ним метод оценки потенциальной точности Крамара не применим. Погрешности соответствующих оценок координат по алгоритмам ускоренного расчёта A' , B' определим путём имитационного статистического моделирования в сравнении с расчётными потенциальными точностями алгоритмов максимального правдоподобия.

Принят вариант равноточного пеленгования со средней квадратической ошибкой 1 град с помощью объёмной решётки минимального состава из четырёх антенн [5]. Рассматривалась система пеленгаторов, размещённых на одинаковой высоте $H_n = 2000$ м, эквидистантно на окружности радиусом 5000 м в точках с координатами $X_n = 5000 \cdot \sin(2\pi \cdot N^{-1} \cdot n)$, $Y_n = 5000 \cdot \cos(2\pi \cdot N^{-1} \cdot n)$. Источник излучения располагался на оси ординат на удалении от центра до 10 км с дискретностью 50 м. Таким образом, линия положения источника проходит через центр системы и опорный пункт пеленгования.

Имитировалась холмистая местность с изменением высоты по закону:

$$h(x, y) = 0,25 \cdot h_{\max} \cdot \left(\left(1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot U \cdot x}{20000} \right) \right) \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot U \cdot y}{20000} \right) \right) \right), \quad (25)$$

где $h_{\max} = 500$ м – максимальная высота, U – параметр рельефа (число холмов по координатным осям).

Варианты рельефа с одной и тремя возвышенностями по каждой из осей координат показаны на рисунке 1.

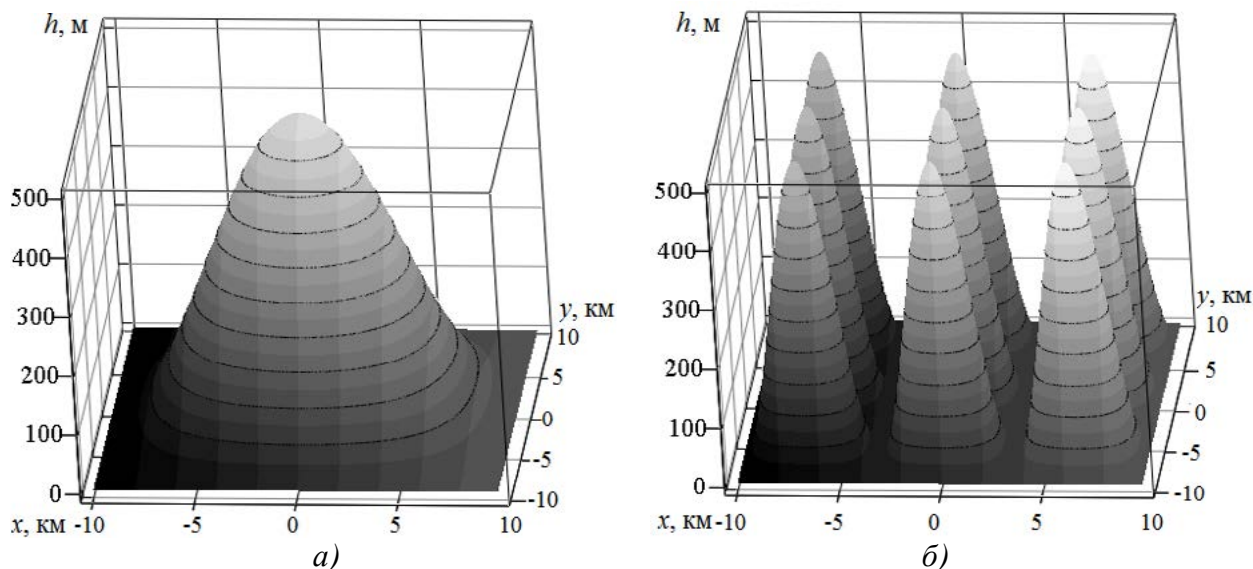


Рисунок 1 – Рельеф местности: *a* – $U=1$, *б* – $U=3$

По совокупности $5 \cdot 10^3$ статистических экспериментов в каждой точке оценивалась средняя квадратичная погрешность σ_r определения горизонтальных координат и средняя квадратическая ошибка определения высоты места излучения σ_h для системы из $N=3$ пеленгаторов на среднепересечённой местности $U=3$. Результаты показаны на рис.2-4 точками, сплошной линией даны расчетные зависимости для потенциальной точности, в нижней части рисунков штрих-пунктиром дано сечение рельефа местности по линии положения источника в удобном для восприятия масштабе.

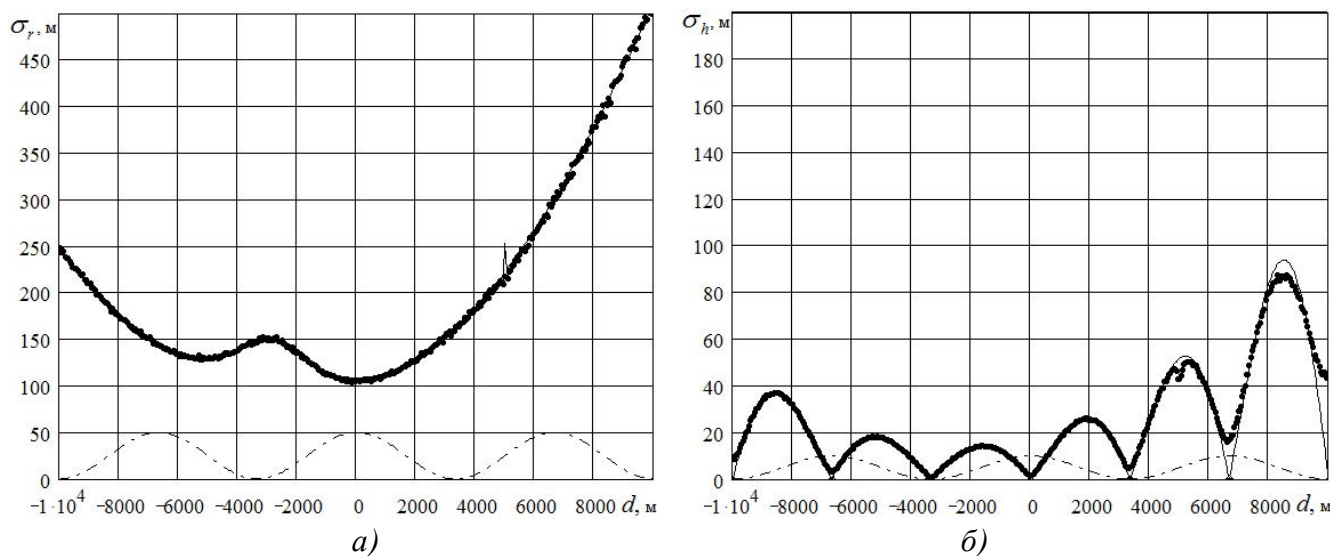


Рисунок 2 – Погрешности определения координат по алгоритму B' с одномерным пеленгованием

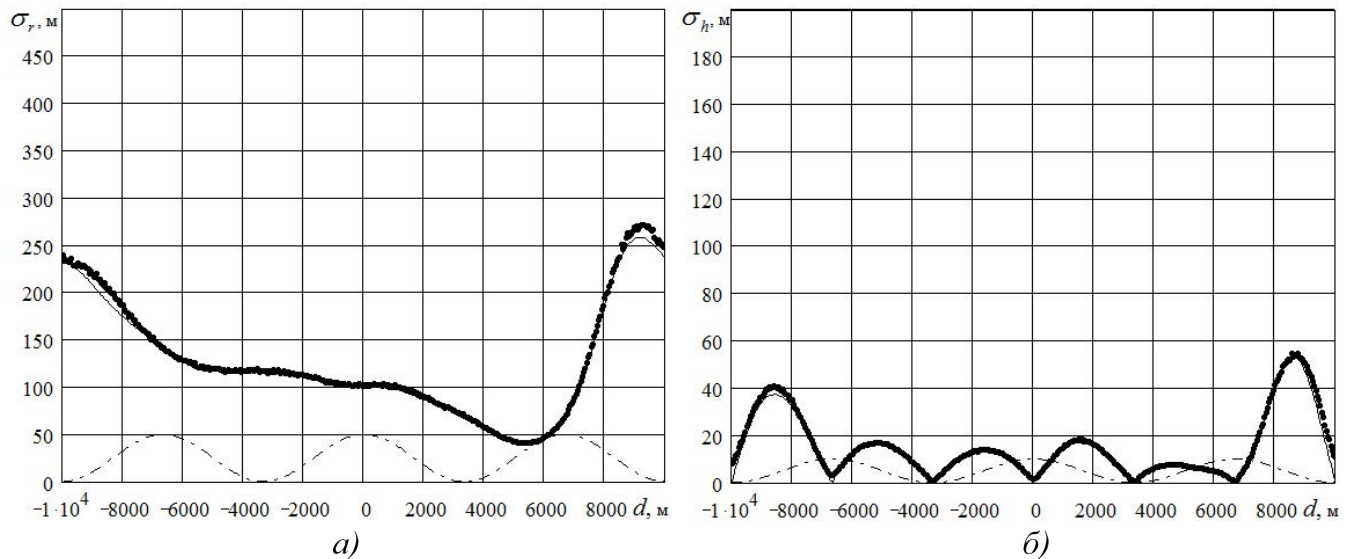


Рисунок 3 – Погрешности определения координат по алгоритмам B' с двухмерным пеленгованием

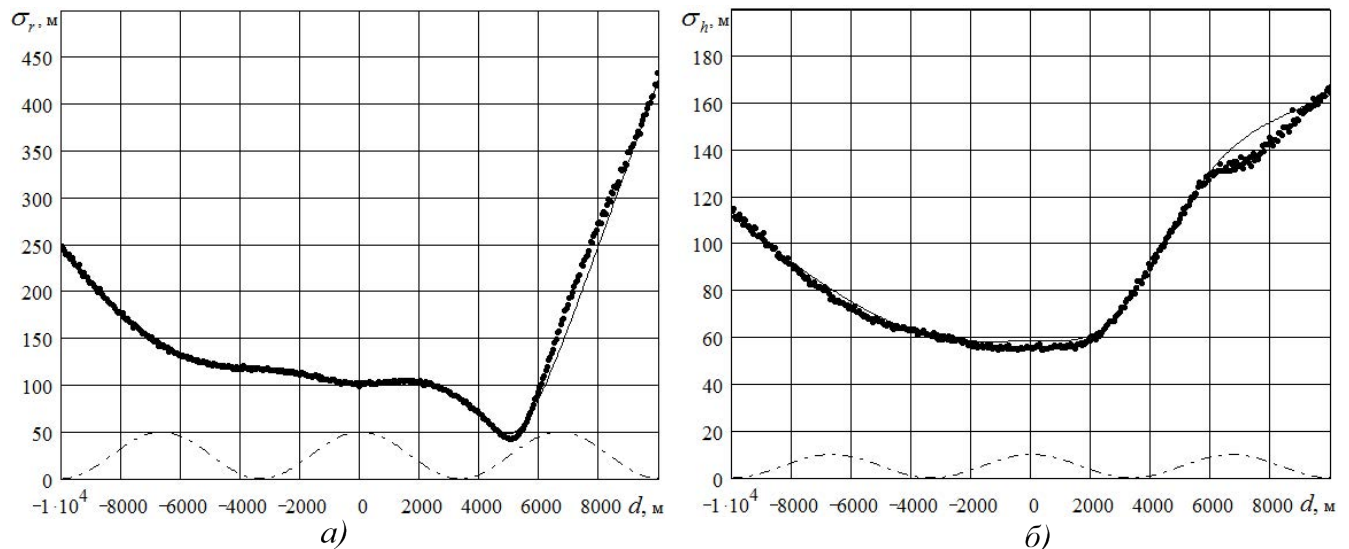


Рисунок 4 – Погрешности определения координат по алгоритму A'

Результаты расчётов и моделирования в основном хорошо совпадают. Максимальные различия до 15% наблюдаются рис.4б на дальностях более 6000 м, где высок и общий уровень погрешности. Причинами этого являются квазиоптимальный характер алгоритмов и погрешности расчётов, основанных на параболической максимизации функции правдоподобия и применении метода линеаризации функций случайных аргументов.

Из других результатов отметим следующее.

Наивысшие точности определения координат достигаются при двухмерном пеленговании с учётом рельефа местности по алгоритму B' , до 5,5 раз относительно варианта B' одномерного пеленгования. Алгоритм оценки A' координат в горизонтальной плоскости занимает промежуточное положение, но существенно уступает им по точности при определении высоты места излучения.

Выводы. Полученные результаты могут быть использованы при ведении и оценке эффективности воздушной радиотехнической разведки, в бортовых системах самонавещения на наземные цели, в том числе при автоматической посадке летательного аппарата по излучению приводного радиомаяка.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельников Ю.П. Воздушная радиотехническая разведка (методы оценки эффективности). М.: Радиотехника, 2005. 253 с.
2. Вассенков А.В., Гузенко О.Б., Дикарев А.С., Скобелкин В.А. Способ определения координат источника радиоизлучений при амплитудно-фазовой пеленгации с борта летательного аппарата. Патент РФ №2432580, 2011.
3. Рабцун А.В. Оценка максимального правдоподобия координат источников сигналов при многопозиционном пеленговании. М.: Радиотехника, 1987. №9. С. 9–10.
4. Уфаев В.А., Уфаев А.В., Уфаев Д.В. Алгоритмы ускоренного расчёта координат в угломерных системах // Антенны, 2013. Вып. 6 (193). С. 31–38.
5. Уфаев В.А. Определение местоположения наземных целей по результатам двухмерного пеленгования с лётно-подъёмных средств // Антенны, 2015. Вып. 5(216). С. 58–64.
6. Уфаев А.В., Уфаев В.А. Синтез и исследование алгоритмов двухмерного пеленгования с применением объёмной антенной решётки // Антенны, 2013. Вып. 5(192). С. 53–58.
7. Козьмин В.А., Уфаев В.А., Уфаев А.В. Способы амплитудного двухмерного пеленгования // Антенны, 2017. Вып. 6 (238). С. 38–44.
8. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала. М.: Сов. радио, 1970. 352 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высш. шк., 2002. 420 с.
10. Инструментальные средства визуального программирования ГИС-приложений в среде ОС Windows. Геоинформационная система "Карта 2005". г. Ногинск: КБ Панорама, 2005. www.gisinfo.ru (дата обращения: 21.06.2018).
11. Вассенков А.В., Гузенко О.Б., Дикарев А.С., Скобелкин В.А. Способ определения координат источника радиоизлучений при амплитудно-фазовой пеленгации с борта летательного аппарата. Патент РФ №2432580, 2011.
12. Виноградов А.Д., Дмитриев И.С. Способы и характеристики местоопределения наземного источника радиоизлучения при радиопеленговании с борта летательного аппарата // Антенны, 2016. Вып. 6(226). С. 4–44.
13. Березин А.В., Богданов Ю.Н., Васенков А.В., Виноградов А.Д., Дмитриев И.С., Попов С.А. Способ определения координат наземного источника радиоизлучений при радиопеленговании с борта летательного аппарата. Патент РФ №2610150, 2017.

REFERENCES

1. Mel'nikov YU.P. Vozdushnaya radiotekhnicheskaya razvedka (metody otsenki ehffektivnosti). M.: Radiotekhnika, 2005. 253 p. (in Russian).
2. Vassenkov A.V., Guzenko O.B., Dikarev A.S., Skobelkin V.A. Sposob opredeleniya koordinat istochnika radioizlucheniya pri amplitudno-fazovoy pelengatsii s borta letatel'nogo apparata. Patent RF №2432580. 2011. (in Russian).
3. Rabtsun A.V. Otsenka maksimal'nogo pravdopodobiya koordinat istochnikov signalov pri mnogopozitsionnom pelengovanii. M.: Radiotekhnika, 1987. №9. P. 9–10. (in Russian).
4. Ufaev V.A., Ufaev A.V., Ufaev D.V. Algoritmy uskorennoy raschyota koordinat v uglomernykh sistemah // Antenny, 2013. Vyp. 6 (193). P. 31–38. (in Russian).
5. Ufaev V.A. Opredelenie mestopolozheniya nazemnykh tseley po rezul'tatam dvuhmernogo pelengovaniya s lyotno-pod'yomnykh sredstv // Antenny, 2015. Vyp. 5(216). P. 58–64. (in Russian).
6. Ufaev A.V., Ufaev V.A. Sintez i issledovanie algoritmov dvuhmernogo pelengovaniya s primeneniem ob'yomnoy antennoy reshyotki // Antenny, 2013. Vyp. 5(192). P. 53–58. (in Russian).
7. Koz'min V.A., Ufaev V.A., Ufaev A.V. Sposoby amplitudnogo dvuhmernogo pelengovaniya // Antenny, 2017. Vyp. 6 (238). P. 38–44. (in Russian).
8. Fal'kovich S.E. Otsenka parametrov signala. M.: Sov. radio, 1970. 352 p. (in Russian).



9. Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostey. M.: Vyssh. shk., 2002. 420 p. (in Russian).
10. Instrumental'nye sredstva vizual'nogo programmirovaniya GIS-prilozheniy v srede OS Windows. Geoinformatsionnaya sistema "Karta 2005". g. Noginsk: KB Panorama, 2005. www.gisinfo.ru (data obrashheniya: 21.06.2018). (in Russian).
11. Vassenkov A.V., Guzenko O.B., Dikarev A.S., Skobelkin V.A. Sposob opredeleniya koordinat istochnika radioizlucheniya pri amplitudno-fazovoy pelengatsii s borta letatel'nogo apparata. Patent RF №2432580, 2011. (in Russian).
12. Vinogradov A.D., Dmitriev I.S. Sposoby i harakteristiki mestoopredeleniya nazemnogo istochnika radioizlucheniya pri radiopelengovanii s borta letatel'nogo apparata //Antenny, 2016. Vyp. 6(226). P. 4–44. (in Russian).
13. Berezin A.V., Bogdanov YU.N., Vasenkov A.V., Vinogradov A.D., Dmitriev I.S., Popov S.A. Sposob opredeleniya koordinat nazemnogo istochnika radioizlucheniya pri radiopelengovanii s borta letatel'nogo apparata. Patent RF №2610150, 2017. (in Russian).

© Уфаев В.А., Беляев М.П., 2018

Уфаев Владимир Анатольевич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник 23 отдела научно-исследовательского 2 управления научно-исследовательского научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, andreyuff@mail.ru.

Беляев Максим Павлович, кандидат технических наук, заместитель начальника 23 отдела научно-исследовательского 2 управления научно-исследовательского научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, belyaev_mp@mail.ru.