



УДК 536.25  
ГРНТИ 29.03.310

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ РАСТВОРЯЮЩИХСЯ ПРИМЕСЕЙ В СЖИЖЕННЫХ ГАЗАХ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПРИ ИХ ХРАНЕНИИ В КРИОГЕННЫХ РЕЗЕРВУАРАХ

*В.И. РЯЖСКИХ, доктор технических наук, профессор  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)  
В.А. СУМИН, кандидат физико-математических наук, доцент  
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

Представлен теоретический анализ гидротермической обстановки в криогенном резервуаре при хранении сжиженных газов в условиях растворяющегося осадка высококипящих примесей на смоченной поверхности с учетом теплового потока через стенки из-за неидеальности тепловой изоляции. На основе физической линеаризации уравнений Обербека-Буссинеска сформулирована несопряженная математическая модель относительно полей скоростей, температур и концентраций.

Получено аналитическое решение для имитационной геометрии (квадратная коверна). Результаты вычислительных экспериментов подтвердили явление взаимного подавления тепловой и концентрационной естественной конвекции.

*Ключевые слова:* криогенные жидкости; граничные условия второго рода; функция тока; уравнения Стокса.

## THE DISSOLVING IMPURITIES INFLUENCE THEORETICAL ESTIMATION IN LIQUID GASES ON THE INTENSITY OF MIXING AT THEIR STORAGE IN CRYOGENIC TANKS.

*V.I. RYAZHSHKIKH, Doctor of technical sciences, Professor  
MESC AF "N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy" (Voronezh)  
V.A. SUMIN, Candidate of physico-mathematical sciences, Assistant Professor  
MESC AF "N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy" (Voronezh)*

Theoretical analysis of the hydrothermal situation in a cryogenic tank during the storage of liquefied gases under the conditions of a soluble sediment of high-boiling impurities on a wetted surface is considered taking into account the heat flow through the walls due to the imperfection of thermal insulation. On the basis of the physical linearization of the Oberbeck-Boussinesq equations, a non-conjugated mathematical model is formulated with respect to the fields of velocities, temperatures and concentrations.

An analytical solution for imitation geometry (square rug) is obtained. The results of computational experiments confirmed the phenomenon of mutual suppression of thermal and concentration natural convection.

*Keywords:* cryogenic fluid, second kind boundary conditions, stream function, Stokes equations.

В настоящее время в авиации, в основном, используются углеводородные топлива [1]. Развитие авиационной техники идет по пути повышения лётно-технических



данных, что связано с переходом на альтернативные виды топлива, среди которых наиболее перспективным является жидкий водород и жидкий кислород [2]. Применение криогенного топлива сопряжено с решением ряда проблем, главная из которых обусловлена необходимостью его хранения при криогенных температурах [3].

В связи с этим рассматривается задача хранения криогенных жидкостей в специальных резервуарах, имитируемых квадратной каверной.

Будем считать криогенную жидкость ньютоновской несжимаемой с растворённым в ней примесью (азот, кислород в жидком водороде, углеводородные примеси в жидком кислороде). Для выяснения закономерностей явлений переноса примесей в криогенных резервуарах примем геометрию в виде квадратной каверны. Пусть на “смоченной” поверхности действует постоянный источник тепла  $q$ , обусловленный неидеальностью теплоизоляции. В начальный момент времени  $\tau = 0$  температура и концентрация примеси в объёме жидкости однородны и составляют  $t_0$  и  $c_0$  соответственно. При  $\tau > 0$  температура и концентрация на стенке мгновенно изменяются до значений  $t_w$ ,  $c_w$  и поддерживаются постоянными в ходе всего процесса. Из-за температурного и концентрационного градиентов вблизи стенки возникает течение раствора, которое исчезает с наступлением теплового и концентрационного равновесия. За начало координат выбирается левая угловая точка донной стенки и ось ОХ направлена по донной стенке, а ось ОУ перпендикулярно ей. Режим течения считается ламинарным. Оценка начальной стадии конвективного перемешивания жидкой среды производится с помощью уравнений Стокса и переноса теплоты [4] в предположении, что  $|V_x| \ll 1$ ,  $|V_y| \ll 1$  [5]:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} = -\nabla p + \nu \Delta \bar{v} - \rho \beta (t - t_0) \bar{g}; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \bar{v} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \Delta t; \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \Delta c; \quad (4)$$

где  $\nabla$  – оператор Гамильтона,  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $\bar{v}$ ,  $p$ ,  $t$  – вектор скорости, давление, температура;  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $a$ ,  $\beta$  – плотность, кинематическая вязкость, температуропроводности и коэффициенты объёмного расширения среды;  $\tau$  – текущее время;  $\bar{g}$  – вектор ускорения силы тяжести.

В компонентной форме записи система (1) – (4) представляется в следующем безразмерном виде для функции тока, температуры и концентрации:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \right) = \frac{\partial^4 \Phi}{\partial X^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial Y^4} - \frac{\partial T}{\partial X} + R_s \frac{\partial C}{\partial X}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right); \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = \frac{1}{\operatorname{Sc}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) - A^* \exp(A\theta); \quad (7)$$

$$\Phi(X, Y, 0) = 0; \quad (8)$$



$$\Phi(X, Y, 0) = \Phi(1, Y, \theta) = \Phi(X, 0, \theta) = \Phi(X, 1, \theta) = 0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Phi(0, Y, \theta)}{\partial X} = \frac{\partial \Phi(1, Y, \theta)}{\partial X} = \frac{\partial \Phi(X, 0, \theta)}{\partial Y} = \frac{\partial \Phi(X, 1, \theta)}{\partial Y} = 0; \quad (10)$$

$$T(X, Y, 0) = 0; \quad (11)$$

$$-\frac{\partial T(0, Y, \theta)}{\partial X} = \frac{\partial T(1, Y, \theta)}{\partial X} = -\frac{\partial T(X, 0, \theta)}{\partial Y} = 1; \quad (12)$$

$$\frac{\partial T(X, 1, \theta)}{\partial Y} = 0; \quad (13)$$

$$C(X, Y, 0) = 0; \quad (14)$$

$$C(0, Y, \theta) = C(1, Y, \theta) = C(X, 0, \theta) = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial C(X, 1, \theta)}{\partial Y} = 0; \quad (16)$$

где  $\theta = \frac{\tau}{\bar{\tau}}$ ;  $X = \frac{x}{h}$ ;  $Y = \frac{y}{h}$ ;  $\bar{V} = \frac{v}{h}$ ;  $\bar{\tau} = \frac{h^2}{\nu}$ ;  $V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial Y}$ ;  $V_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial X}$ ;  $Pr = \frac{\nu}{a}$  - число

Прандтля;  $Sc = \frac{\nu}{D}$  - число Шмидта;  $\nu$ ,  $a$ ,  $D$  - коэффициенты кинематической

вязкости, температуропроводности и диффузии;  $Gr_T = \frac{gL^3 \beta(t_c - t_0)}{\nu^2}$  - тепловое

модифицированное число Грасгофа;  $Gr_c = \frac{\gamma gh^3}{\nu^2}$  - концентрационное число Грасгофа;

$R_s = \frac{Gr_c}{Gr_T}$ ;  $\beta, \gamma, \lambda$  - коэффициенты температурного и объемного расширения и

теплопроводности жидкого водорода;  $L$  - определяющий характерный линейный размер поверхности теплообмена;  $q$  - плотность теплового потока через смоченную поверхность;  $g$  - ускорение свободного падения;  $h$  - характерный размер каверны;

$T = \lambda \frac{t - t_0}{qh}$ ;  $t, t_0$  - локальная и начальная температура криогенной жидкости,  $A^*$ ,  $A$  -

константы, характеризующие кинетику растворения осадка.

Несопряженный характер системы позволяет отдельно использовать решение тепловой и концентрационной задач при отыскании безразмерной функции тока  $\Phi$  из уравнения (5) с граничными условиями (8) - (10) при известных  $\frac{\partial T}{\partial X}$  и  $\frac{\partial C}{\partial X}$  путем двукратного применения конечного интегрального синус преобразования по геометрическим координатам для фиксированного  $\theta$ .

Таким образом, задачу можно разбить на три части: 1) тепловая, 2) концентрационная, 3) гидродинамическая.

Рассмотрим первую часть - тепловую, то есть уравнения (6), (11) - (13).

С помощью замены

$$T(X, Y, \theta) = \Gamma(X, Y, \theta) + \frac{3\theta}{Pr} + X^2 - X + \frac{1}{2}(Y - 1)^2; \quad (17)$$

система (6), (11) - (13) запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial Y^2} \right); \quad (18)$$



$$\Gamma(X, Y, 0) = - \left[ (X^2 - X) \cdot 1(Y) + \frac{1}{2} (Y - 1)^2 \cdot 1(X) \right]; \quad (19)$$

$$\frac{\partial \Gamma(0, Y, \theta)}{\partial X} = \frac{\partial \Gamma(1, Y, \theta)}{\partial X} = 0; \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Gamma(X, 0, \theta)}{\partial Y} = \frac{\partial \Gamma(X, 1, \theta)}{\partial Y} = 0, \quad (21)$$

где функции Хэвисайда  $1(X)$ ,  $1(Y)$  могут быть представлены разложением в ряды Фурье по синусам в следующем виде

$$1(X) = 2 \sum_{l=1}^{\infty} \left[ -\frac{1}{\gamma_l} (\cos \gamma_l - 1) \right] \sin(\gamma_l X);$$

$$1(Y) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ -\frac{1}{\varepsilon_k} (\cos \varepsilon_k - 1) \right] \sin(\varepsilon_k Y);$$

$$\gamma_l = \pi l, \varepsilon_k = \pi k.$$

Применяя последовательно косинус преобразование Фурье по  $X$  [6], получим решение задачи

$$T(X, Y, \theta) = X^2 - X + \frac{1}{2} (Y - 1)^2 + \frac{3\theta}{Pr} + F(X, Y, \theta).$$

где

$$F(X, Y, \theta) = B_{00} \exp(C_{00}\theta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} B_{0m} \exp(C_{0m}\theta) \cos(\mu_m Y) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} B_{n0} \exp(C_{n0}\theta) \cos(\lambda_n X) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{nm} \exp(C_{nm}\theta) \cos(\lambda_n X) \cos(\mu_m Y) \quad (22)$$

$$C_{nm} = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (\lambda_n^2 + \mu_m^2)$$

$$B_{nm} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \left\langle 2 \sum_{k=1}^{\infty} (\cos \varepsilon_k - 1) W_n^{(1)} W_{km}^{(2)} + \sum_{l=1}^{\infty} (\cos \gamma_l - 1) W_m^{(3)} W_{ln}^{(4)} \right\rangle \right\rangle$$

$$W_n^{(1)} = \frac{\cos \lambda_n + 1}{\lambda_n^2}, W_{km}^{(2)} = \frac{1 - \cos \varepsilon_k \cos \mu_m}{\varepsilon_k^2 - \mu_m^2}, W_m^{(3)} = \frac{2}{\mu_m^2}, W_{ln}^{(4)} = \frac{\cos \gamma_l \cos \lambda_n - 1}{\lambda_n^2 - \gamma_l^2}$$

при этом

$$W_n^{(1)} = \begin{cases} \frac{\cos \lambda_n + 1}{\lambda_n^2}, n > 0 \\ -\frac{1}{6}, n = 0 \end{cases}; \quad W_{km}^{(2)} = \begin{cases} \frac{1 - \cos \varepsilon_k \cos \mu_m}{\varepsilon_k^2 - \mu_m^2}, m \neq k \\ 0, m = k \end{cases}$$

$$W_m^{(3)} = \begin{cases} \frac{2}{\mu_m^2}, m > 0 \\ \frac{1}{3}, m = 0 \end{cases}; \quad W_{ln}^{(4)} = \begin{cases} \frac{\cos \gamma_l \cos \lambda_n - 1}{\lambda_n^2 - \gamma_l^2}, n \neq l \\ 0, n = l \end{cases}$$

Рассмотрим вторую часть – концентрационную. Это уравнения (7), (14) – (16).

Применения синус-преобразования Фурье по  $X$ , получим решение в следующем виде:



$$C(X, Y, \theta) = 2A \operatorname{Sc} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \lambda_n - 1}{\lambda_n} \left\{ \frac{1}{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2} \left[ \exp(A\theta) - \exp\left(-\frac{\lambda_n^2}{\operatorname{Sc}} \theta\right) \right] - \frac{\operatorname{ch} \left[ \sqrt{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2} (1-Y) \right]}{(A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2) \operatorname{ch} \sqrt{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2}} \exp(A\theta) + \frac{1}{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2}{\operatorname{Sc}} \theta\right) - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos[\beta_m (1-Y)]}{(\beta_m^2 + \lambda_n^2 + A \operatorname{Sc}) \beta_m \sin \beta_m} \exp\left(-\frac{\beta_m^2 + \lambda_n^2}{\operatorname{Sc}} \theta\right) \right\} \sin(\lambda_n X). \quad (23)$$

Рассмотрим третью часть – гидродинамическую. Это уравнения (7), (14) – (16).

Вновь применяя конечное интегральное синус-преобразование по  $X$  и по  $Y$  получим решение задачи:

$$\Phi(X, Y, \theta) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_l^2 + \eta_k^2} \left\{ [\xi_l \cos \xi_l \cdot P_k - Q_k] \cdot M(\xi_l, \eta_k, \theta) - \eta_k \cdot F_l \cdot N(\xi_l, \eta_k, \theta) - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] \cdot \int_0^{\theta} \Phi(\theta) \cdot \exp\left[(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] d\theta \right\} \sin(\xi_l X) \sin(\eta_k Y). \quad (24)$$

где

$$M(\xi_l, \eta_k, \theta) = \frac{1 - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right]}{\xi_l^2 + \eta_k^2} - \frac{\exp(-\eta_k^2 \theta) - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right]}{\xi_l^2}$$

$$N(\xi_l, \eta_k, \theta) = \frac{1 - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right]}{\xi_l^2 + \eta_k^2} - \frac{\exp(-\xi_l^2 \theta) - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right]}{\eta_k^2}$$

$$\int_0^{\theta} \Phi(\theta) \cdot \exp\left[(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] d\theta = Gr_T \left\langle \frac{\cos \xi_l + 1}{\xi_l} \cdot \frac{\cos \eta_k - 1}{\eta_k} \cdot \left\{ \exp\left[(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] - 1 \right\} + \right.$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} B_{n0} \cdot \frac{\lambda_n}{\xi_l^2 + \eta_k^2 + C_{n0}} \cdot \left\{ \exp\left[(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] - 1 \right\} \cdot \frac{\xi_l \sin \lambda_n \cos \xi_l - \lambda_n \cos \lambda_n \sin \xi_l}{\lambda_n^2 - \xi_l^2} \cdot \frac{\cos \eta_k - 1}{\eta_k} -$$

$$\left. \frac{\cos \eta_k - 1}{\eta_k} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{nm} \cdot \frac{\lambda_n}{\xi_l^2 + \eta_k^2 + C_{nm}} \cdot \left\{ \exp\left[(\xi_l^2 + \eta_k^2 + C_{nm}) \theta\right] - 1 \right\} \cdot \right.$$

$$\left. \frac{\xi_l \sin \lambda_n \cos \xi_l - \lambda_n \cos \lambda_n \sin \xi_l}{\lambda_n^2 - \xi_l^2} \cdot \frac{\eta_k (1 - \cos \eta_k \cos \mu_m)}{\eta_k^2 - \mu_m^2} \right\rangle + 2A^* \cdot \operatorname{Sc} \cdot Gr_T \sum_{n=1}^{\infty} (\cos \lambda_n - 1) \cdot$$

$$\cdot \left\langle \left[ \frac{1 - \cos \eta_k}{\eta_k (A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2)} + \frac{\eta_k}{(A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2 + \eta_k^2) (A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2)} \cdot \frac{\cos \eta_k - \operatorname{ch} \sqrt{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2}}{\operatorname{ch} \sqrt{A \cdot \operatorname{Sc} + \lambda_n^2}} \right] \cdot \right.$$

$$\cdot \frac{1}{\xi_l^2 + \eta_k^2 + A} \left\{ \exp(A\theta) - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] \right\} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{\beta_m^2 \cdot \sin \beta_m} \cdot \frac{\cos \eta_k - \cos \beta_m}{\beta_m^2 + \lambda_n^2 + A \cdot \operatorname{Sc}} \cdot$$

$$\left. \frac{\operatorname{Sc}}{\operatorname{Sc}(\xi_l^2 + \eta_k^2) - \beta_m^2 - \lambda_n^2} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{\beta_m^2 + \lambda_n^2}{\operatorname{Sc}} \theta\right] - \exp\left[-(\xi_l^2 + \eta_k^2) \theta\right] \right\} \right\rangle \frac{\xi_l (1 - \cos \xi_l \cos \lambda_n)}{\xi_l^2 - \lambda_n^2}.$$

Коэффициенты  $P_k$ ,  $Q_k$  и  $F_l$  в выражении (43) находятся из системы уравнений, которая получается после удовлетворения (43) граничным условиям (9) – (10):



$$\sum_{l=1}^{\infty} \frac{\xi_l}{\xi_l^2 + \eta_k^2} \left\{ [\xi_l \cos \xi_l \cdot P_k - Q_k] \cdot M(\xi_l, \eta_k, \theta) - \eta_k \cdot F_l \cdot N(\xi_l, \eta_k, \theta) - \exp[-(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] \cdot \int_0^{\theta} \Phi(\theta) \cdot \exp[(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] d\theta \right\} = 0$$

$$\sum_{l=1}^{\infty} \frac{\xi_l \cos \xi_l}{\xi_l^2 + \eta_k^2} \left\{ [\xi_l \cos \xi_l \cdot P_k - Q_k] \cdot M(\xi_l, \eta_k, \theta) - \eta_k \cdot F_l \cdot N(\xi_l, \eta_k, \theta) - \exp[-(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] \cdot \int_0^{\theta} \Phi(\theta) \cdot \exp[(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] d\theta \right\} = 0 \quad (25)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{\xi_l^2 + \eta_k^2} \left\{ [\xi_l \cos \xi_l \cdot P_k - Q_k] \cdot M(\xi_l, \eta_k, \theta) - \eta_k \cdot F_l \cdot N(\xi_l, \eta_k, \theta) - \exp[-(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] \cdot \int_0^{\theta} \Phi(\theta) \cdot \exp[(\xi_l^2 + \eta_k^2)\theta] d\theta \right\} = 0$$

В результате получим графические зависимости функции тока  $\Phi$  от координат  $X$  и  $Y$ .

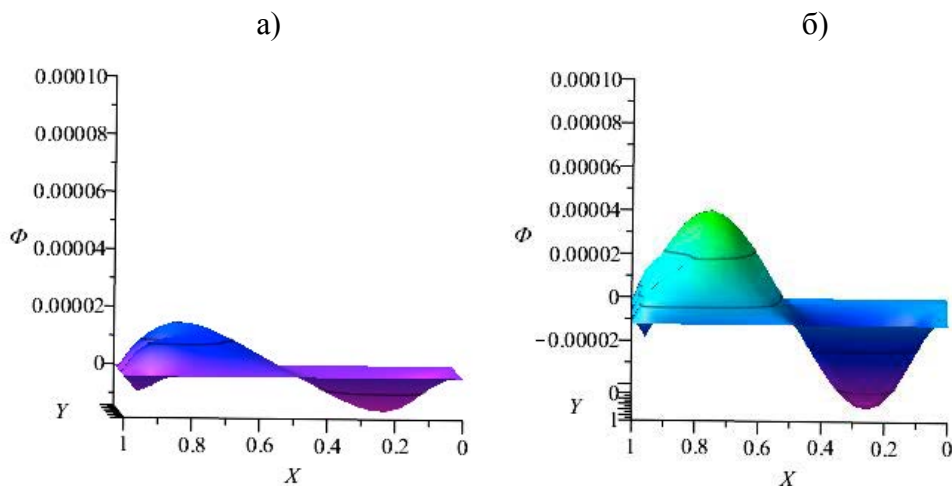


Рисунок 1 – Динамика развития свободноконвективного течения в каверне: при  $Pr = 3.5$ ,  $Sc = 3.1$ ,  $Gr_T = 1$ ,  $Gr_C = 4,84 \cdot 10^{-5}$  для различных  $\theta$ : а) – 0,02; б) – 0,05

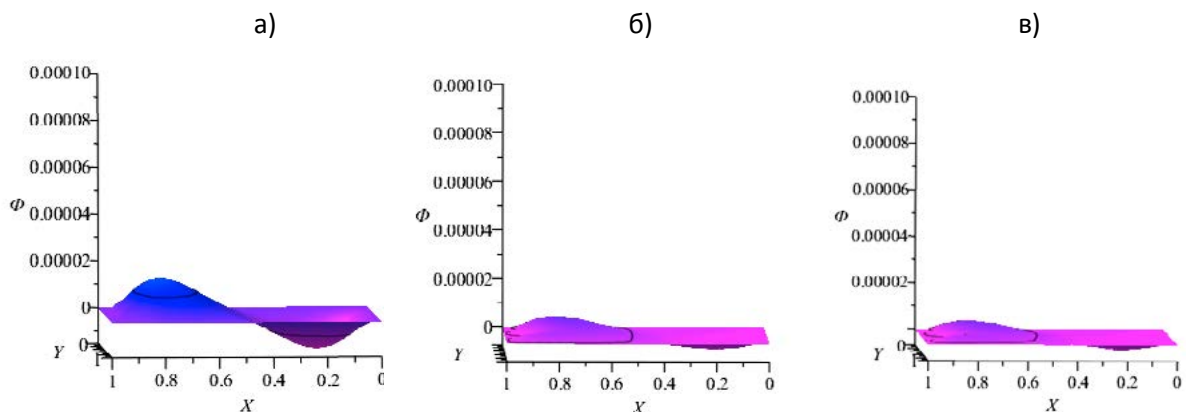


Рисунок 2 – Функция тока в каверне при  $\theta = 0,01$ ,  $Gr_T = 1$ ,  $Gr_C = 4,84 \cdot 10^{-5}$  и различных  $Sc$  и  $Pr$ : а) –  $Pr = 1.01$ ,  $Sc = 21$ ; б) –  $Pr = 3.01$ ,  $Sc = 21$ ; в) –  $Pr = 3.5$ ,  $Sc = 31$



На рисунке 1 показана динамика развития, соответствующая известным физическим представлениям о свободноконвективном течении [7]. На рисунке 2 получены режимные характеристики процесса, при которых наблюдается взаимное подавление тепловой и концентрационной конвекции, что подтверждает гипотезу существования ситуации отсутствия течения жидкости в случае растворения осадка примесей на «смоченных» поверхностях резервуара в условиях прогрева жидкости через стенки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыбин Н.П. Авиационные смазочные материалы и спецжидкости. – М.: МИИГА, 1985.
2. Яновский Л.С., Дубовкин Н.Ф., Галимов Ф.М. и др. Горюче- смазочные материалы для авиационных двигателей. – Казань: Казанский государственный технический университет им. А.Н.Туполева, 2002.
3. Архаров А.М., Кунис И.Д. Криогенные заправочные системы стартовых ракетно-космических комплексов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 252 с.
4. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976, 630с.
5. Богер А.А., Рябов С.В., Ряжских В.И., Слюсарев М.И. Расчет кондуктивно - ламинарного режима термо - конвекции ньютоновской среды в прямоугольной камере с вертикальными изотермическими стенками // Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2010. №3. С.17 – 21.
6. Снеддон И. Преобразования Фурье. – М.: Изд-во Ин. лит-ры, 1955, 655с.
7. Геххарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. Кн.1. – М.: Изд-во Мир, 1991, 678с.

#### REFERENCES

1. Rybin N.P. Aviatcionnye smazochnye materialy i spetszhidkosti. – M.: MIIGA, 1985.
2. Yanovskij L.S., Dubovkin N.F., Galimov F.M. i dr. Goryuche-smazochnye materialy dlya aviatcionnykh dvigatelej. Kazan': Kazanskij gosudarstvennyj tehnikeskij universitet im. A.N.Tupoleva, 2002.
3. Arkharov A.M., Kunis I.D. Kriogennye zapravochnye sistemy startovykh raketno-kosmicheskikh kompleksov. M.: Izd-vo MGTU im. N.EH. Baumana, 2006. 252 p.
4. KHappel' Dzh., Brenner G. Gidrodinamika pri malykh chislakh Rejnol'dsa. M.: Mir, 1976, 630 p.
5. Boger A.A., Ryabov S.V., Ryazhskikh V.I., Slyusarev M.I. Raschet konduktivno-laminarnogo rezhima termo-konveksii n'yutonovskoj sredy v pryamougol'noj kaverne s vertikal'nymi izotermicheskimi stenkami // Izv. RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza. 2010. №3. P.17-21.
6. Sneddon I. Preobrazovaniya Fur'e. M.: Izd-vo In. lit-ry, 1955, 655 p.
7. Gebkhart B., Dzhaluriya J., Makhadzhan R., Sammakiya B. Svobodnokonvektivnye techeniya, teplo-i massoobmen. Kn.1. M.: Izd-vo Mir. 1991. 678 p.

© Ряжских В.И., Сумин В.А., 2017



Ряжских Виктор Иванович, доктор технических наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Сумин Виктор Александрович, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru