



УДК 629.7.05
ГРНТИ 78.25.13

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОТЫ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПЛАТФОРМЕННЫМИ ИНЕРЦИАЛЬНЫМИ НАВИГАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

*В.С. КИРИЛЛОВ, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)*

Методом, основанным на переходе к уравнениям для корреляций выходных ошибок и не требующим моделирования входных ошибок, рассчитаны ошибки определения широты летательного аппарата платформенными инерциальными навигационными системами. Исследовано влияние ускорения летательного аппарата и времени корреляции на точность определения широты. Установлено, что чем больше ускорение летательного аппарата, тем большая точность датчиков инерциальной информации нужна для определения его широты. Влияние же времени корреляции ошибок гироскопов и акселерометров на точность определения широты имеет более сложный характер: на начальном этапе (до некоторого момента времени) ошибка определения широты убывает, а затем, наоборот возрастает с ростом времени корреляции ошибок датчиков.

Ключевые слова: вибрация; индикаторно-силовая гиросtabilизированная платформа; гауссовский белый шум; уравнения Ланжевеновского типа; гауссовский марковский процесс; переход к уравнениям для корреляций; маятник Шулера.

THE AIRCRAFT LATITUDE DETERMINATION ACCURACY EVALUATION BY THE PLATFORM INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS

*V.S. KIRILLOV, Candidate of physical and mathematical sciences, Researcher
MESC AF "N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy" (Voronezh)*

The aircraft latitude determination errors by platform inertial navigation systems were calculated using a method based on the transition to output errors correlations equations and not requiring the input errors simulation. The aircraft acceleration effect and correlation time on the latitude determination accuracy have been examined. It is established that the greater the aircraft acceleration the higher the sensors accuracy of inertial information is needed to determine its latitude. Attention is drawn to more complex impact the gyroscopes and accelerometers errors correlation time on the latitude determination accuracy: at the initial stage (up to a certain point in time), the latitude determination error decreases, and then, on the contrary, increases with growth of the sensors error correlation time.

Keywords: vibration, gyrostabilized platform, Gaussian white noise, Langevin-type equations, Gaussian Markov process, transition to equations for correlations, Schuler Pendulum.

Введение. Для непрерывной выработки информации о координатах местоположения объекта используются инерциальные навигационные системы (ИНС). Их важными преимуществами по сравнению с другими навигационными системами являются автономность, помехозащищенность и скрытность работы, так как для их функционирования не требуется прием или передача каких-либо электромагнитных излучений.



Указанные достоинства обеспечили широкое применение ИНС в современных навигационных комплексах различных подвижных объектов как военного, так и гражданского назначения (самолетов, ракет, кораблей, космических летательных аппаратов и др.).

Однако ИНС, как и другим системам навигации, присущи ошибки определения координат объекта, причиной возникновения которых являются инструментальные ошибки её измерительных и вычислительных элементов (гироскопов, акселерометров, вычислительных устройств). В свою очередь причинами возникновения ошибок измерительных устройств (датчиков) являются вибрации летательного аппарата, несовершенство конструкции элементов (конечная жёсткость подвесов элементов и торсионов), паразитные моменты и силы, вызванные неточностью изготовления элементов конструкции гироскопов и акселерометров и др. Величины или статистические характеристики ошибок определяются из уравнений движения чувствительных элементов датчиков [1]. Случайными ошибки будут в случае воздействия случайных вибраций на основания гироскопов и акселерометров. Вибрации от двигателей, винтов, аэродинамики и неоднородностей атмосферы могут быть описаны гауссовским белым шумом.

Для проведения анализа точности ИНС необходимо уметь устанавливать связь ошибок определения координат объекта (выходных ошибок) и их причин (входных ошибок). В общем случае эта связь выражается системой линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, зависими от режима движения объекта, порядок которых равен числу выходных параметров системы. Таким образом, целью работы является разработка модели ошибок элементов и методики оценки точности определения координат объекта для платформенных ИНС с географическим опорным и навигационным трехгранниками. В качестве модели движения летательного аппарата рассматривается только равномерное прямолинейное движение с равноускоренным на начальном этапе.

Конструкция и модели ошибок платформенной инерциальной навигационной системы. В инерциальных системах любого типа различают два ортогональных трехгранника, которые условно называют опорным и навигационным [2]. Опорным называется трехгранник, ребра которого указывают направления, параллельно которым должны быть установлены измерительные оси акселерометров. Навигационный трехгранник для ИНС, в которых координаты местоположения объекта получаются интегрированием формул счисления, соответствует системе координат, проекции абсолютной или относительной скорости на оси которой фигурируют в формулах счисления. Навигационный трехгранник для ИНС, в которых координаты местоположения объекта определяются величинами, характеризующими направление местной вертикали, – трехгранник, определяющий ориентацию местной вертикали.

Рассмотрим платформенную инерциальную систему, т.е. систему, в которой опорный трехгранник физически реализуется гиросtabilизированной платформой. Она имеет, по крайней мере, три вращательные степени свободы относительно объекта, которые обеспечивают ей возможность сохранить неизменное положение в пространстве при изменении угловой ориентации объекта. В данной работе рассматривается только один тип платформы: три гироскопа с двумя степенями свободы. Режим работы гироскопов рассматривается наиболее распространенный: индикаторно-силовая стабилизация. В таком режиме компенсация возмущающего момента происходит в основном за счет двигателя разгрузки. Если момент двигателя равен нулю, один только гироскопический момент не сможет компенсировать полностью возмущающие моменты. Схема такой гиросtabilизированной платформы представлена на рисунке 1. На этом рисунке a_x, a_y, a_z обозначают акселерометры, измеряющие проекции кажущегося ускорения на соответствующую ось, \mathbf{H} – вектор кинетического момента каждого из гироскопов, R_y, R_z – разгрузочные



двигатели, которые предназначены для парирования приложенных к платформе возмущающих моментов внешних сил.

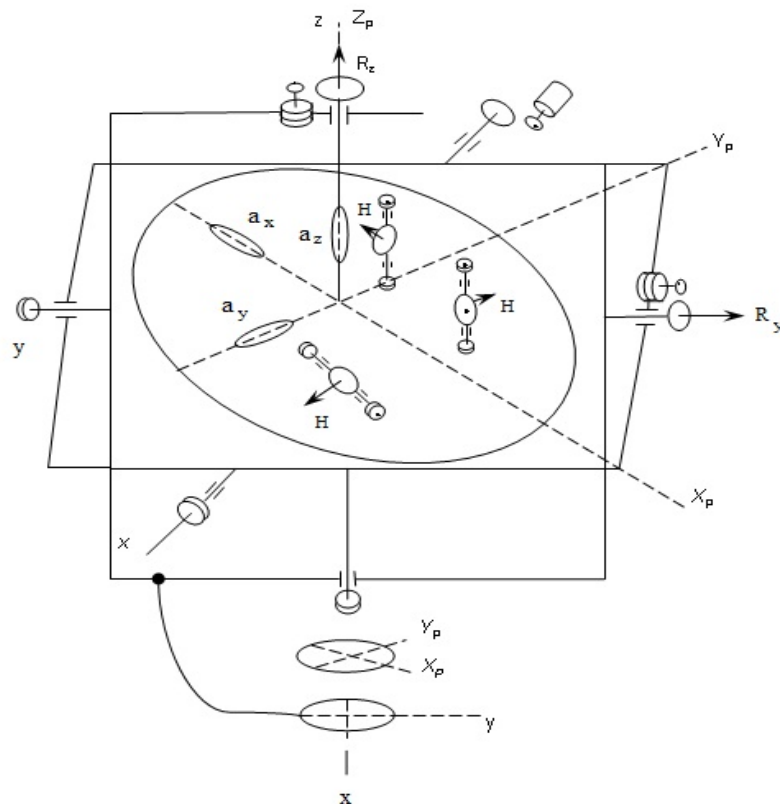


Рисунок 1 – Схема индикаторно-силовой гиросtabilизированной платформы

Оси чувствительности гироскопов (оси прецессии) в нейтральном положении параллельны осям некоторого трехгранника $x_p y_p z_p$, который будем называть платформенным. В свою очередь опорный трехгранник $x y z$ рассогласован с этим трехгранником на некоторые углы $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$. В качестве опорного и навигационного трехгранника возьмем географический трехгранник. Ось z этого трехгранника направлена по географической вертикали, ось y – вдоль касательной к меридиану h -эллипсоида на север, ось x – вдоль касательной к параллели на восток. Взаимное расположение этих трехгранников показано на рисунке 2.

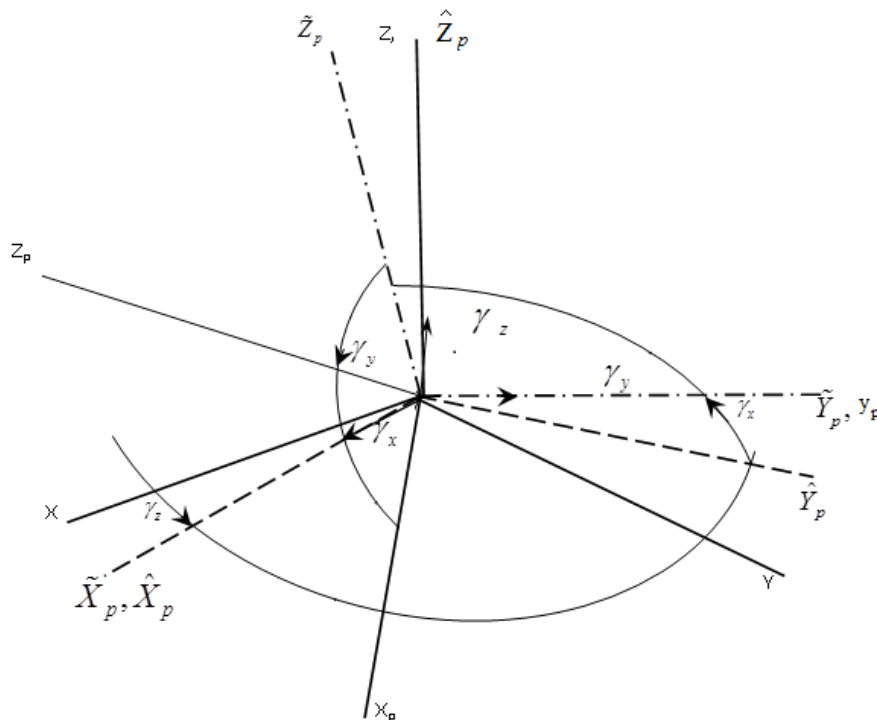


Рисунок 2 – Взаимное расположение опорного и платформенного трехгранников

Каждый гироскоп оснащен датчиком угла и потенциометрическим преобразователем угла в напряжение. Все эти элементы в совокупности представляют собой датчик угловой скорости.

В свою очередь потенциометрические преобразователи также вносят ошибку в значение измеренной угловой скорости. Основные причины появления погрешности преобразования угла в напряжение следующие [3]:

- Люфт;
- Трение;
- Зона нечувствительности;
- Неравномерность статической характеристики;
- Наличие дополнительной нагрузки.

Расчёт ошибок определения широты платформенной инерциальной навигационной системы. Система уравнений ошибок платформенной инерциальной системы, как показано в [2], имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma}_x &= \omega_z \gamma_y - \omega_y \gamma_z + \Delta \omega_x^{rel} + \delta \omega_1, \\
 \dot{\gamma}_y &= -\omega_z \gamma_x + \omega_x \gamma_z + \Delta \omega_y^{rel} - U \sin \varphi \Delta \varphi + \delta \omega_2, \\
 \dot{\gamma}_z &= \omega_y \gamma_x - \omega_x \gamma_y + \text{tg} \varphi \Delta \omega_y^{rel} + (U \cos \varphi + \omega_y^{rel} \sec^2 \varphi) \Delta \varphi + \delta \omega_3, \\
 \Delta \dot{\omega}_x^{rel} &= -f_z \gamma_x + f_x \gamma_z + 2(U \sin \varphi + \omega_y^{rel} \text{tg} \varphi) \Delta \omega_y^{rel} + (2\omega_y^{rel} U \cos \varphi + (\omega_y^{rel})^2 \sec^2 \varphi) \Delta \varphi - \delta \Omega_1, \\
 \Delta \dot{\omega}_y^{rel} &= -f_z \gamma_y + f_y \gamma_z - (2U \sin \varphi + \omega_y^{rel} \text{tg} \varphi) \Delta \omega_x^{rel} - (2\omega_x^{rel} U \cos \varphi + \omega_x^{rel} \omega_y^{rel} \sec^2 \varphi) \Delta \varphi + \delta \Omega_2 - \omega_x^{rel} \text{tg} \varphi \Delta \omega_y^{rel}, \\
 \Delta \dot{\varphi} &= -\Delta \omega_x^{rel} + \delta \varphi,
 \end{aligned} \tag{1}$$



где $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ – углы рассогласования платформенного и опорного трёхгранников, $\omega_x^{rel}, \omega_y^{rel}$ – проекции относительных угловых скоростей географического трёхгранника, $\Delta\omega_x^{rel}, \Delta\omega_y^{rel}$ – выходные ошибки проекций $\omega_x^{rel}, \omega_y^{rel}$ относительной угловой скорости опорного трёхгранника, $\Delta\varphi$ – выходная ошибка широты местоположения объекта, $U = 7.29 \times 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$ – угловая скорость вращения Земли, φ – географическая широта объекта, $\delta\varphi_1$ – эквивалентный дрейф интегратора широты, $\omega_x^{rel} = -\frac{v_y}{R}$, $\omega_y^{rel} = \frac{v_x}{R}$, где v_x, v_y – путевые скорости объекта, $R = 6371 \cdot 10^3 \text{ м}$ – радиус Земли, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – истинные значения проекций абсолютной угловой скорости географического трёхгранника на собственные оси с учетом движения относительно Земли и вращения самой Земли в абсолютном пространстве, $f_x = \frac{a_x}{R}$, $f_y = \frac{a_y}{R}$, $f_z = \frac{a_z}{R}$ – проекции углового ускорения географического трёхгранника на собственные оси, a_x, a_y, a_z – проекции кажущегося ускорения на оси x, y, z опорного географического трёхгранника, $\delta\omega_1, \delta\omega_2, \delta\omega_3$ – эквивалентный дрейф гироскопов в проекциях на оси опорного трёхгранника, $\delta\Omega_1, \delta\Omega_2$ – обобщенный дрейф интеграторов. Причём истинные значения проекций абсолютной угловой скорости географического трёхгранника на собственные оси определяются через известные величины формулами: $\omega_x = \omega_x^{rel}$, $\omega_y = U \cos \varphi + \omega_y^{rel}$, $\omega_z = U \sin \varphi + \omega_z^{rel} \text{tg} \varphi$.

Проекции же углового ускорения географического трёхгранника на собственные оси тоже определяются через известные величины формулами

$$f_x = \dot{\omega}_y^{rel} + (2U \sin \varphi + \omega_y^{rel} \text{tg} \varphi) \omega_x^{rel},$$

$$f_z = -(\omega_x^{rel})^2 - (\omega_y^{rel})^2 - 2\omega_y^{rel} U \cos \varphi + v^2, v = \sqrt{\frac{g}{R}},$$

где $g = 9.8 \text{ м/сек}^2$ – ускорение силы тяготения вблизи Земли, v называют частотой колебаний Шулера. Проекции эквивалентного дрейфа гироскопов определяются формулами $\delta\omega_1 = \omega_x \delta h_k + \delta\omega_x$, $\delta\omega_2 = \omega_y \delta h_k + \delta\omega_y$, $\delta\omega_3 = \omega_z \delta h_k + \delta\omega_z$, где $\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z$ – проекции смещений нуля гироскопов гироскопов гироскопов на её оси в сумме со смещениями нуля потенциметрических преобразователей, δh_k – ошибка масштабного коэффициента, зависящая от свойств гироскопов и потенциметрических преобразователей. Обобщенный дрейф интеграторов определяется формулами $\delta\Omega_1 = \frac{1}{R} \delta a_2 + \frac{1}{R} \delta \dot{v}_2$,

$\delta\Omega_2 = \frac{1}{R} \delta a_1 + \frac{1}{R} \delta \dot{v}_1$, где $\delta \dot{v}_1, \delta \dot{v}_2$ – эквивалентный дрейф соответствующих интеграторов скорости, $\delta a_1 = a_x \delta h_a + \delta a_x$, $\delta a_2 = a_y \delta h_a + \delta a_y$, где δh_a – приращение масштабного коэффициента, зависящее от свойств акселерометров и потенциметрических преобразователей, а $\delta a_x, \delta a_y$ – смещение нулей соответствующих акселерометров.

Для простоты будем рассматривать только аддитивные составляющие ошибок гироскопов, акселерометров и потенциметрических преобразователей, т.е. смещения нулей. Первые и вторые интеграторы будем для простоты полагать идеальными, т.е. $\delta \dot{v}_1 = \delta \dot{v}_2 = \delta \varphi = 0$. При воздействии на основания поплавковых гироскопов гауссовской широкополосной вибрации в линейном приближении и при некоторых допущениях относительно их конструкции смещения нулей можно описывать гауссовским стационарным случайным процессом с корреляционной функцией [4, 5]:



$$K_{\delta\omega}(\tau) = \sigma_{\delta\omega}^2 \exp(-\beta|\tau|). \quad (2)$$

При аналогичных допущениях в виде гауссовских стационарных случайных процессов с корреляционной функцией

$$K_{\delta a}(\tau) = \sigma_{\delta a}^2 \exp(-\alpha|\tau|) \quad (3)$$

могут быть описаны и погрешности акселерометров [5].

Для перехода к системе стохастических дифференциальных уравнений ланжевеновского типа дополним систему (1) системой уравнений ланжевеновского типа для гауссовских марковских стационарных процессов $\delta\omega_1, \delta\omega_2, \delta\omega_3, \delta\Omega_1, \delta\Omega_2$ (входных процессов ИНС) с учетом соотношений (2) и (3):

$$\begin{aligned} \delta\dot{\omega}_1 &= -\beta_1\delta\omega_1 + \sigma_{\delta\omega_1}\sqrt{2\beta_1}\xi, \\ \delta\dot{\omega}_2 &= -\beta_2\delta\omega_2 + \sigma_{\delta\omega_2}\sqrt{2\beta_2}\xi, \\ \delta\dot{\omega}_3 &= -\beta_3\delta\omega_3 + \sigma_{\delta\omega_3}\sqrt{2\beta_3}\xi, \\ \delta\dot{\Omega}_1 &= -\alpha_2\delta\Omega_1 + \left(\sigma_{\delta a_2}\sqrt{2\alpha_2}/R\right)\xi, \\ \delta\dot{\Omega}_2 &= -\alpha_1\delta\Omega_2 + \left(\sigma_{\delta a_1}\sqrt{2\alpha_1}/R\right)\xi, \end{aligned} \quad (4)$$

где ξ – гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Объединим системы уравнений (1) и (4) и получим общую систему уравнений Ланжевеновского типа:

$$\begin{aligned} \delta\dot{\omega}_1 &= -\beta_1\delta\omega_1 + \sigma_{\delta\omega_1}\sqrt{2\beta_1}\xi, \\ \delta\dot{\omega}_2 &= -\beta_2\delta\omega_2 + \sigma_{\delta\omega_2}\sqrt{2\beta_2}\xi, \\ \delta\dot{\omega}_3 &= -\beta_3\delta\omega_3 + \sigma_{\delta\omega_3}\sqrt{2\beta_3}\xi, \\ \delta\dot{\Omega}_1 &= -\alpha_2\delta\Omega_1 + \left(\sigma_{\delta a_2}\sqrt{2\alpha_2}/R\right)\xi, \\ \delta\dot{\Omega}_2 &= -\alpha_1\delta\Omega_2 + \left(\sigma_{\delta a_1}\sqrt{2\alpha_1}/R\right)\xi, \\ \dot{\gamma}_x &= \omega_z\gamma_y - \omega_y\gamma_z + \Delta\omega_x^{rel} + \delta\omega_1, \\ \dot{\gamma}_y &= -\omega_z\gamma_x + \omega_x\gamma_z + \Delta\omega_y^{rel} - U \sin \varphi \Delta\varphi + \delta\omega_2, \\ \dot{\gamma}_z &= \omega_y\gamma_x - \omega_x\gamma_y + \text{tg}\varphi \Delta\omega_z^{rel} + \left(U \cos \varphi + \omega_y^{rel} \sec^2 \varphi\right) \Delta\varphi + \delta\omega_3, \\ \Delta\dot{\omega}_x^{rel} &= -f_z\gamma_x + f_x\gamma_z + 2\left(U \sin \varphi + \omega_y^{rel} \text{tg}\varphi\right) \Delta\omega_y^{rel} + \left(2\omega_y^{rel} U \cos \varphi + \left(\omega_y^{rel}\right)^2 \sec^2 \varphi\right) \Delta\varphi - \delta\Omega_1, \\ \Delta\dot{\omega}_y^{rel} &= -f_z\gamma_y + f_y\gamma_z - \left(2U \sin \varphi + \omega_y^{rel} \text{tg}\varphi\right) \Delta\omega_x^{rel} - \left(2\omega_x^{rel} U \cos \varphi + \omega_x^{rel} \omega_y^{rel} \sec^2 \varphi\right) \Delta\varphi + \delta\Omega_2 - \omega_x^{rel} \text{tg}\varphi \Delta\omega_z^{rel}, \\ \Delta\dot{\varphi} &= -\Delta\omega_x^{rel} + \delta\dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Запишем систему (5) в матричной форме:



$$\dot{\bar{X}}(t) = -\mathbf{A}(t)\bar{X}(t) + \mathbf{B}\bar{W}(t),$$

$$\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} \delta\omega_1 \\ \delta\omega_2 \\ \delta\omega_3 \\ \delta\Omega_1 \\ \delta\Omega_2 \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ \Delta\omega_x^{rel} \\ \Delta\omega_y^{rel} \\ \Delta\varphi \end{bmatrix}; \quad \bar{W}(t) = \begin{bmatrix} \xi \\ \xi \\ \xi \\ \xi \\ \xi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Матрица $\mathbf{A}(t)$ определяется в общем случае переменными коэффициентами объединённой системы уравнений (5):

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_z & \omega_y & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \omega_z & 0 & -\omega_x & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\omega_y & \omega_x & 0 & 0 & -tg\varphi & U \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & f_z & 0 & -f_x & 0 & -2(U \sin \varphi + \omega_y^{rel} tg \varphi) & -(2\omega_y^{rel} U \cos \varphi + (\omega_y^{rel})^2 \sec^2 \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & f_z & -f_y & -(2U \sin \varphi + \omega_y^{rel} tg \varphi) & \omega_x^{rel} tg \varphi & -(2\omega_x^{rel} U \cos \varphi + \omega_x^{rel} \omega_y^{rel} \sec^2 \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матрица \mathbf{B} определяется коэффициентами диффузии первых пяти уравнений (5), которые стоят по главной диагонали, а остальные элементы – нули:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sigma_{\delta\omega_1} \sqrt{2\beta_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\delta\omega_2} \sqrt{2\beta_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\delta\omega_3} \sqrt{2\beta_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta\alpha_2} \sqrt{2\alpha_2} / R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta\alpha_1} \sqrt{2\alpha_1} / R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$



Однако для нахождения СКО ошибок определения широты целесообразно воспользоваться переходом к системе уравнений для корреляций ошибок ИНС [6]:

$$d\mathbf{D}_x/dt = -\mathbf{A}\mathbf{D}_x - \mathbf{D}_x\mathbf{A}^T + \mathbf{B}^2, \tag{9}$$

где \mathbf{D}_x – неизвестная совместная корреляционная матрица входных и выходных ошибок ИНС, \mathbf{A} – матрица коэффициентов (7) совместной системы стохастических дифференциальных уравнений входных и выходных ошибок ИНС, \mathbf{B}^2 – матрица, по диагонали которой стоят 5 квадратов коэффициентов диффузии (8) входных ошибок ИНС, а остальные элементы – нули. Совместная корреляционная матрица входных и выходных ошибок ИНС в начальный момент времени будет определяться пятью стационарными дисперсиями входных ошибок по диагонали и нулевыми остальными элементами:

$$\mathbf{D}_x(0) = \mathbf{D}_{x,0} = \begin{pmatrix} \sigma_{\delta\omega_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\delta\omega_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\delta\omega_3}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta a_2}^2/R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta a_1}^2/R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{10}$$

В общем случае для системы с переменными коэффициентами найти её аналитическое решение не представляется возможным, поэтому воспользуемся численным методом Гира второго порядка. Данный метод пригоден для решения жестких систем ДУ, каковой и является система (5), и обладает свойством L-устойчивости [7]. Его схема выглядит следующим образом [12]:

$$\begin{aligned} (3\mathbf{D}_{x,n+1} - 4\mathbf{D}_{x,n} + \mathbf{D}_{x,n-1}) / 2\Delta t &= f((n+1)\Delta t, \mathbf{D}_{x,n+1}) \\ f((n+1)\Delta t, \mathbf{D}_{x,n+1}) &= -\mathbf{A}((n+1)\Delta t)\mathbf{D}_{x,n+1} - \mathbf{D}_{x,n+1}\mathbf{A}^T((n+1)\Delta t) + \mathbf{B}^2 \end{aligned} \tag{11}$$

Таким образом, реализация численной схемы представляет собой решение матричного уравнения (11) для каждого узла сетки. Для запуска метода (получения решения в узле 1) используем неявный метод Адамса второго порядка [8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{x,n+1} &= \mathbf{D}_{x,n} + \frac{\Delta t}{2} \left[f((n+1)\Delta t, \mathbf{D}_{x,n+1}) + f(n\Delta t, \mathbf{D}_{x,n}) \right] \\ f(n\Delta t, \mathbf{D}_{x,n}) &= -\mathbf{A}(n\Delta t)\mathbf{D}_{x,n} - \mathbf{D}_{x,n}\mathbf{A}^T(n\Delta t) + \mathbf{B}^2 \end{aligned} \tag{12}$$

Анализ результатов расчёта ошибок определения широты. Анализ влияния ускорения на выходные ошибки определения широты рассматриваемой ИНС для летательного аппарата, движущегося вдоль 45 параллели со следующими наборами пара-



метров движения: кривая 1 – без ускорения со скоростью ~ 193.6 м/с; кривая 2 – взлетная скорость летательного аппарата ~ 55.6 м/с, время разгона ~ 600 секунд, ускорение при разгоне 0.23 м/с²; кривая 3 – взлетная скорость летательного аппарата ~ 55.6 м/с, время разгона ~ 60 секунд, ускорение при разгоне 2.3 м/с²; кривая 4 – взлетная скорость летательного аппарата ~ 55.6 м/с, время разгона ~ 30 секунд, ускорение при разгоне 4.6 м/с². Параметры $\sigma_{\delta\omega}$, β модели ошибок положим следующими для датчиков угловой скорости по осям X, Y, Z опорного трёхгранника: $\sigma_{\delta\omega_1} = 4.8 \times 10^{-7}$ сек⁻¹, $\sigma_{\delta\omega_2} = 4.8 \times 10^{-7}$ сек⁻¹, $\sigma_{\delta\omega_3} = 9.7 \times 10^{-7}$ сек⁻¹, $\beta_{\delta\omega_1}^{-1} = \beta_{\delta\omega_2}^{-1} = \beta_{\delta\omega_3}^{-1} = \beta^{-1} = 7200$ сек. Параметры $\sigma_{\delta a}$, α модели ошибок положим следующими для акселерометров по осям X, Y опорного трёхгранника: $\sigma_{\delta a_1} = \sigma_{\delta a_2} = 5 \times 10^{-3}$ м/сек², $\alpha_{\delta a_1}^{-1} = \alpha_{\delta a_2}^{-1} = \alpha^{-1} = 7200$ сек. Результаты расчетов представлены на рис. 3.

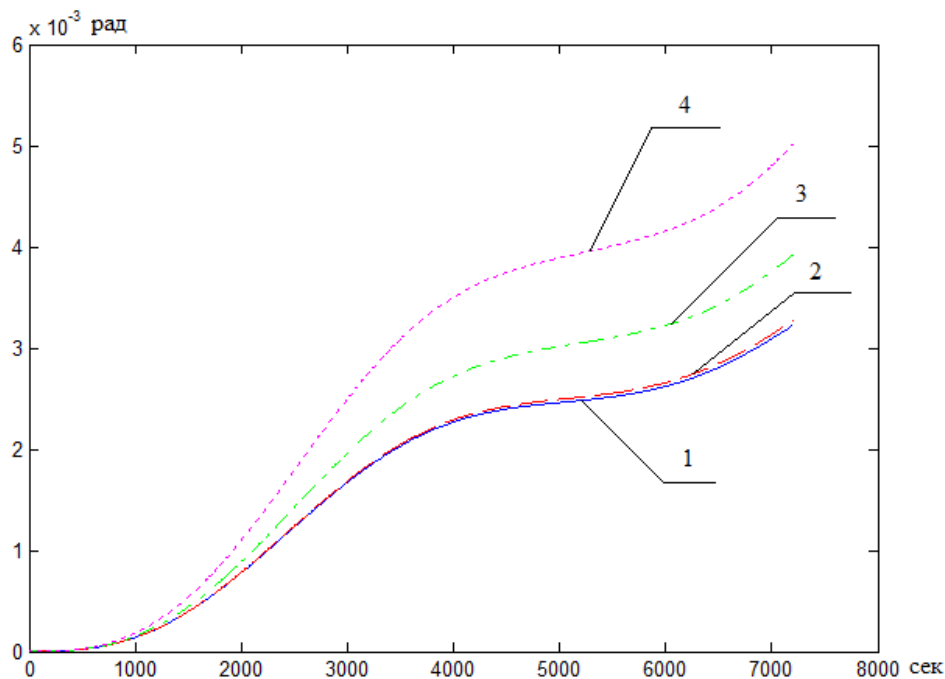


Рисунок 3 – СКО ошибки определения широты летательного аппарата, при различных ускорениях на начальном участке

Из анализа зависимостей видно, что СКО ошибки определения широты возрастает с увеличением ускорения. Это объясняется увеличением ошибки интегральной коррекции гиросплатформы с увеличением ускорения при тех же значениях ошибок измерения ускорений и угловых скоростей. Ведь сигнал интегральной коррекции пропорционален интегралу от измеренного значения кажущегося ускорения. А чем больше истинное значение ускорения, тем больше и абсолютная величина ошибки, а значит больше ошибка в определении истинной вертикали. Кроме того, при увеличении ускорения увеличиваются абсолютные возмущения гиросплатформы, а значит возрастает и СКО ошибки определения широты, вызванное неточностью физической реализации маятника Шулера.

Зависимости СКО ошибки определения широты от времен корреляции ошибок гироскопов и акселерометров изображены на рис. 4. Все кривые построены при прямолинейном движении летательного аппарата с постоянной скоростью 193.6 м/с вдоль 45-й параллели. Кривая 1 построена при $\beta_{\delta\omega_1}^{-1} = \beta_{\delta\omega_2}^{-1} = \beta_{\delta\omega_3}^{-1} = \beta^{-1} = 100$ сек.,



$\alpha_{\delta a_1}^{-1} = \alpha_{\delta a_2}^{-1} = \alpha^{-1} = 100$ сек., кривая 2 – при $\beta_{\delta \omega_1}^{-1} = \beta_{\delta \omega_2}^{-1} = \beta_{\delta \omega_3}^{-1} = \beta^{-1} = 500$ сек.,
 $\alpha_{\delta a_1}^{-1} = \alpha_{\delta a_2}^{-1} = \alpha^{-1} = 500$ сек., кривая 3 – при $\beta_{\delta \omega_1}^{-1} = \beta_{\delta \omega_2}^{-1} = \beta_{\delta \omega_3}^{-1} = \beta^{-1} = 2 \cdot 10^3$ сек.,
 $\alpha_{\delta a_1}^{-1} = \alpha_{\delta a_2}^{-1} = \alpha^{-1} = 2 \cdot 10^3$ сек., кривая 4 – при $\beta_{\delta \omega_1}^{-1} = \beta_{\delta \omega_2}^{-1} = \beta_{\delta \omega_3}^{-1} = \beta^{-1} = 10^4$ сек.,
 $\alpha_{\delta a_1}^{-1} = \alpha_{\delta a_2}^{-1} = \alpha^{-1} = 10^4$ сек.

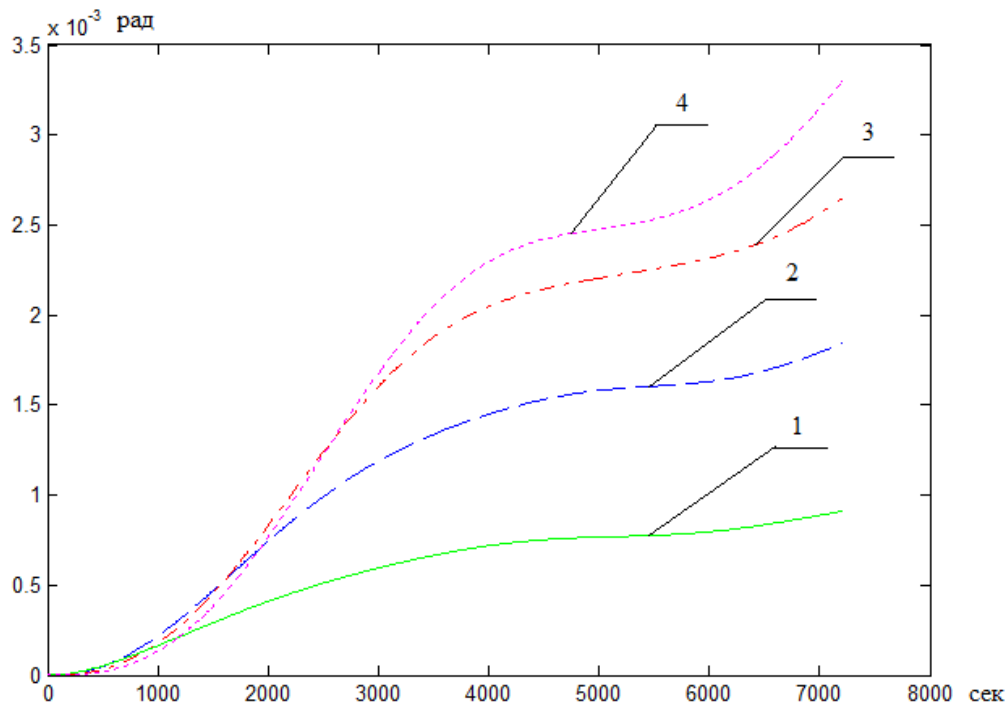


Рисунок 4 – СКО ошибки определения широты летательного аппарата для различных времен корреляции входных ошибок гироскопов и акселерометров

Из анализа зависимостей видно, что СКО ошибки определения широты возрастает с ростом времени корреляции ошибок гироскопов и акселерометров, начиная с некоторого момента времени. На начальном этапе работы ИНС, наоборот, наблюдается небольшое снижение ошибки определения широты с увеличением времени корреляции ошибок датчиков.

Заключение. Результаты расчета СКО ошибок определения широты показали его увеличение при увеличении ускорения летательного аппарата при разгоне. Во-первых, это объясняется увеличением ошибки сигнала интегральной коррекции, подаваемого на датчики момента гироскопов, с увеличением ускорения летательного аппарата. Во-вторых, увеличение ускорения летательного аппарата вызывает рост абсолютных возмущений гиролатформы, а значит – возрастает неточность физической реализации маятника Шулера системой гироскоп-акселерометр. Таким образом, навигация летательных аппаратов, движущихся большими ускорениями, требует повышения точности датчиков.

Кроме того, уменьшение времени корреляции ошибок гироскопов и акселерометров приводит к повышению точности определения широты за исключением непродолжительного начального периода работы ИНС. Таким образом, альтернативным способом повышения точности платформенных ИНС является подбор параметров конструкции датчиков, минимизирующих корреляции их ошибок.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы: учебник для вузов по спец. «Гироскоп. Приборы и устройства» / Под ред. Д.С. Пельпора; 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1988. 424 с.
2. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации М.: Наука, 1979. 296 с.
3. Подлесный Н.И. Элементы систем автоматического управления и контроля: учебник / 3-е изд., перераб. и доп. Киев: Выща шк., 1991. 461 с.
4. Селиванова Л.М., Быковский А.В. Расчёт ошибок инерциальных систем с применением ЭВМ: учебное пособие по курсу «Расчёт и синтез ИНС» М.: Изд-во МГТУ, 1990. 32 с.
5. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
6. Пугачёв В.С. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация М.: Наука, 1990. 632 с.
7. Зубанов А.М. О построении линейно неявных схем, LN-эквивалентных неявным методам Рунге-Кутты // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 3. С. 483-496.
8. Мышенков В.И. Численные методы. Ч.2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие М.: Изд-во Московского государственного университета леса, 2005. 109 с.

REFERENCES

1. Pel'por D.S. Girokopicheskie sistemy. Girokopicheskie pribory i sistemy: uchebnik dlya vuzov po spets. «Girokop. Pribory i ustrojstva» / Pod red. D.S. Pel'pora; 2-e izd., pererab. i dop. M.: Vyssh. shk., 1988. 424 s.
2. Bromberg P.V. Teoriya inertsial'nykh sistem navigatsii M.: Nauka, 1979. 296 s.
3. Podlesnyj N.I. EHlementy sistem avtomaticheskogo upravleniya i kontrolya: uchebnik / 3-e izd., pererab. i dop. Kiev: Vyshha shk., 1991. 461 s.
4. Selivanova L.M., Bykovskij A.V. Raschyot oshibok inertsial'nykh sistem s primeneniem EHVM: uchebnoe posobie po kursu «Raschyot i sintez INS» M.: Izd-vo MGTU, 1990. 32 s.
5. Babich O.A. Obrabotka informatsii v navigatsionnykh kompleksakh M.: Mashinostroenie, 1991. 512 s.
6. Pugachyov V.S. Stokhasticheskie differentsial'nye sistemy. Analiz i fil'tratsiya M.: Nauka, 1990. 632 s.
7. Zubanov A.M. O postroenii linejno neyavnykh skhem, LN-ehkvivalentnykh neyavnym metodam Runge-Kutty // Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie. 2012. T. 4, № 3. S. 483-496.
8. Myshenkov V.I. CHislenные metody. CH.2. CHislennoe reshenie obyknovennykh differentsial'nykh uravnenij: uchebnoe posobie M.: Izd-vo Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta lesa, 2005. 109 s.

© Кириллов В.С., 2017

«Воздушно-космические силы. Теория и практика». Материал поступил в редколлегию 17.07.2017 г.

Кириллов Владислав Сергеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru