УДК 532.1:532.5
ГРНТИ 30.17.23

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОМБИНИРОВАННОЙ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

В.Н. КОЛОДЕЖНОВ, доктор технических наук, профессор
ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)
А.С. ВЕРЕТЕННИКОВ, кандидат технических наук
ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)

Рассмотрена комбинированная реологическая модель с пределом применимости модели Ньютона. Проведен анализ влияния основных параметров реологической модели на объемный расход и распределение скорости в цилиндрическом канале.
Ключевые слова: комбинированная реологическая модель, распределение скорости жидкости, объемный расход.

THE ANALYSES OF THE NONLINEAR VISCOUS LIQUID COMBINED RHEOLOGICAL MODEL PARAMETERS INFLUENCE ON THE FLOW CHARACTERISTICS IN A CYLINDRICAL CHANNEL

U.N.KOLODEZHNOV, Doctor of Technical sciences, Full Professor
MESC AF "N.E.Zhukovsky and Y.A.Gagarin Air Force Academy" (Voronezh)
A.C.VERETENNIKOV, Candidate of Technical sciences
MESC AF "N.E.Zhukovsky and Y.A.Gagarin Air Force Academy" (Voronezh)

Combined rheological model with the applicability limit of the Newton model is considered. The analysis of the rheological model main parameters influence on the volume flow and velocity distribution in a cylindrical channel has been done.
Keywords: combined rheological model, liquid velocity distribution, volume distribution.

Введение. Многие процессы в различных отраслях промышленности (химической, топливной и других) характеризуются течением рабочих сред в каналах технологического оборудования. К ним относят такие процессы, как нагнетание жидкостей рабочими органами и последующее их транспортирование по трубопроводам, штампование, выпрессовывание через матрицы и фильеры, смешивание нескольких компонентов, нанесение покрытий и другие. Для управления соответствующими технологическими процессами необходимо моделирование течения рабочих сред, которое непосредственно связано с особенностями их реологии.

Все жидкие вязкие рабочие среды по реологическому поведению можно разделить на ньютоновские и неньютоновские. Для ньютоновских сред значение вязкости является постоянной величиной. Вязкость же неньютоновских жидкостей, как правило, зависит от целого ряда факторов.

Как показывают многочисленные экспериментальные данные, механическое поведение неньютоновских жидкостей является достаточно сложным. При этом основным фактором, определяющим их механическое поведение, выступает скорость сдвига. Следует отметить, что некоторые жидкости на различных интервалах изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$ демонстрируют самое различное поведение. Например, при достаточно малых скоростях сдвига рабочая среда может проявлять псевдопластическое поведение, а в области достаточно больших скоростей сдвига – дилатантное. В общем случае кривая течения (зависимость касательных напряжений τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$) может иметь несколько подобных участков.

Наиболее простой является ситуация, когда область изменения скорости сдвига разбивается на две подобласти так, что в одной из них жидкость имеет практически постоянную вязкость, а в другой демонстрирует нелинейное поведение. Примером таких жидкостей могут служить расплавы полимеров, высококонцентрированные эмульсии и др. [1 - 3].

Известны также некоторые виды суспензий мелкодисперсных частиц, которые при определенных их размерах и концентрации проявляют более сложное поведение. На начальном интервале изменения скорости сдвига до некоторого порогового значения такие жидкости демонстрируют псевдопластические свойства. Дальнейшее же увеличение модуля скорости сдвига приводит к возрастанию вязкости. При этом жидкость, соответственно, демонстрирует уже дилатантное поведение [4 - 6].

Попытки моделирования механического поведения сред на максимально широком диапазоне скоростей сдвига приводят к необходимости введения в рассмотрение комбинированных реологических моделей с достаточно большим набором постоянных коэффициентов (реологических параметров). При этом такие реологические модели должны обеспечивать непрерывную дифференцируемость соответствующих зависимостей на смежных интервалах изменения скорости сдвига при переходе через их граничные точки.

Моделирование течения в цилиндрическом канале. Рассмотрим некоторые особенности течения подобных сред на примере реологической модели с пределом применимости ньютоновской модели, предложенной в работе [7], для которой зависимость касательного напряжения от скорости сдвига имеет следующий вид:

$$\tau = \begin{cases} \mu \cdot \dot{\gamma}; & 0 < |\dot{\gamma}| < \dot{\gamma}_0; \\ \dfrac{\mu \cdot \dot{\gamma}}{n} \cdot \left[(n-1) \cdot \dfrac{\dot{\gamma}_0}{|\dot{\gamma}|} + \dfrac{|\dot{\gamma}|^{n-1}}{\dot{\gamma}_0^{n-1}} \right]; & |\dot{\gamma}| \geq \dot{\gamma}_0, \end{cases} \qquad (1)$$

где μ – динамическая вязкость для ньютоновского режима течения, n – индекс течения, $\dot{\gamma}_0$ – пороговое значение скорости сдвига.

При этом реологическая константа $\dot{\gamma}_0$ определяет условие, с помощью которого устанавливаться граница раздела ньютоновской и неньютоновской зон течения.

Реологическая модель (1) совмещает в себе комбинацию как ньютоновской, так и нелинейно-вязкой неньютоновской реологических моделей жидкости, каждая из которых определена на соответствующем интервале изменения скорости сдвига. В частности ньютоновское поведение такой жидкости реализуется в диапазоне достаточно малых значений модуля скорости сдвига $0 < |\dot{\gamma}| < \dot{\gamma}_0$, а нелинейно-вязкое, соответственно, при превышении модулем скорости сдвига некоторого критического порогового значения $|\dot{\gamma}| \geq \dot{\gamma}_0$.

СОДЕРЖАНИЕ

В работе [8] предложена методика определения параметров μ, n, $\dot{\gamma}_0$ такой реологической модели на основе обработки набора соответствующих экспериментальных данных.

Рассмотрим одномерное, ламинарное, установившееся течение жидкости с реологической моделью (1) в цилиндрическом канале радиуса R. Для такого варианта течения скорость сдвига определяется следующим образом

$$\dot{\gamma} = \frac{du(r)}{dr},$$

где $u(r)$ – распределение скорости жидкости в цилиндрическом канале, представляющее собой функцию радиальной координаты r.

Учитывая осевую симметрию задачи, мы можем сделать вывод о том, что граница раздела между зонами ньютоновского и неньютоновского течений представляет собой цилиндрическую поверхность неизвестного радиуса R_μ. Тогда можно предположить, что распределение скорости течения жидкости в канале допустимо определять в виде:

$$u(r) = \begin{cases} u_1(r); & 0 < r < R_\mu; \\ u_2(r); & R_\mu < r < R, \end{cases}$$

где $u_1(r)$, $u_2(r)$ – скорость жидкости в зоне ньютоновского течения в центральной части канала и скорость в кольцевой, периферийной зоне неньютоновского течения, соответственно.

Решение задачи предлагается рассматривать в безразмерной форме. При этом переход к безразмерным функциям, координатам и параметрам (отмеченным здесь и далее верхним штрихом) в исходных уравнениях динамики жидкости, а также граничных условиях проводится с учетом соотношений

$$r' = \frac{r}{R}; \quad R'_\mu = \frac{R_\mu}{R}; \quad u'_j = \frac{u_j}{\dot{\gamma}_0 \cdot R}; \quad j = 1, 2.$$

Учитывая постановку соответствующих граничных условий, в том числе и условия “сшивания” для полей скорости и касательного напряжения на границе зон ньютоновского и неньютоновского течений, можно показать, что распределения скорости в безразмерной форме записи определяются для ньютоновской и неньютоновской зон течения соотношениями вида:

$$u'_1(r) = -\frac{(r')^2}{2 \cdot R'_\mu} + \frac{(n-1) \cdot R'_\mu}{2 \cdot (n+1)} + \frac{R'_\mu}{(n+1)} \cdot \left[1 - n + \frac{n}{R'_\mu}\right]^{\frac{n+1}{n}}; \qquad 0 \le r' \le R'_\mu; \tag{2}$$

$$u'_2(r) = \frac{R'_\mu}{(n+1)} \cdot \left\{ \left[1 - n + \frac{n}{R'_\mu}\right]^{\frac{n+1}{n}} - \left[1 - n + \frac{n \cdot r'}{R'_\mu}\right]^{\frac{n+1}{n}} \right\}; \qquad R'_\mu \le r' \le 1. \tag{3}$$

При этом было найдено следующее выражение, определяющее величину введенного выше радиуса границы раздела зон ньютоновского и неньютоновского течения:

$$R'_\mu = \frac{2 \cdot \mu \cdot \dot{\gamma}_0 \cdot L}{R \cdot \Delta P}, \tag{4}$$

где ΔP – перепад давления на длине канала L.

Анализ влияния параметров модели на характеристики течения. Проведем анализ влияния основных параметров модели на характер распределения скорости течения жидкости в канале.

Изменение профиля безразмерной скорости среды в зависимости от индекса течения n иллюстрируют кривые, представленные на рисунке 1. На этом же рисунке вертикальной штриховой линией отмечена граница раздела зон течения ($R'_\mu = 0{,}4$).

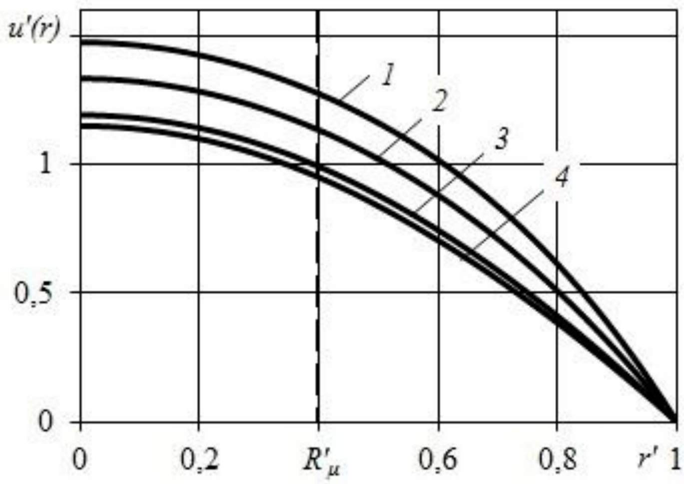

Рисунок 1 – Распределение безразмерной скорости течения жидкости по радиальной координате цилиндрического канала при следующих значениях индекса течения $n = 0{,}2$ (1); 0,6 (2); 1,4 (3); 1,8 (4)

Анализируя полученное распределение, мы можем сделать вывод о том, что жидкости с меньшим значением индекса течения имеют большую скорость в сравнении с жидкостями с большим значением реологического параметра n. Иначе говоря, по мере увеличения значений этого параметра скорость среды снижается. При этом граница раздела зон течения в данном примере не изменяется при прочих равных параметрах системы.

С точки зрения технических приложений представляет интерес оценить влияние параметров модели на величину объемного расхода жидкости через канал. Безразмерное значение объемного расхода жидкости [7] с учетом (2), (3) может быть найдено из выражения

$$Q' = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \dot{\gamma}_0} = \int_0^{R'_\mu} r' \cdot u'_1(r') \cdot dr' + \int_{R'_\mu}^{1} r' \cdot u'_2(r') \cdot dr' =$$

$$= \frac{(R'_\mu)^3 \cdot (6 \cdot n^3 - 13 \cdot n^2 + 10 \cdot n - 3)}{8 \cdot (n+1) \cdot (2 \cdot n+1) \cdot (3 \cdot n+1)} - \frac{(R'_\mu)^3}{n \cdot (n+1) \cdot (3 \cdot n+1)} \cdot \left[1 - n + \frac{n}{R'_\mu}\right]^{\frac{3 \cdot n+1}{n}} +$$

$$+ \frac{(R'_\mu)^3 \cdot (1-n)}{n \cdot (n+1) \cdot (2 \cdot n+1)} \cdot \left[1 - n + \frac{n}{R'_\mu}\right]^{\frac{2 \cdot n+1}{n}} + \frac{R'_\mu}{2 \cdot (n+1)} \cdot \left[1 - n + \frac{n}{R'_\mu}\right]^{\frac{n+1}{n}}, \tag{5}$$

где Q – размерное значение объемного расхода жидкости через цилиндрический канал.

СОДЕРЖАНИЕ

Заметим, что в случае, когда граница раздела зон различного реологического поведения располагается на поверхности канала (случай $R'_\mu = 1$), течение в нем полностью подчиняется классической модели ньютоновской жидкости. При этом, как это следует из (5), безразмерный расход такой жидкости принимает значение $Q' = 0{,}125$. Последний результат в размерной форме записи с учетом (4) сводится к известной формуле Пуазейля.

Проведем анализ влияния перепада давления и основных реологических параметров модели на величину объемного расхода жидкости.

Заметим, что влияние перепада давления на объемный расход жидкости через канал с привлечением (4) удобно проследить на примере поведения функции $Q'(R'_\mu)$. Графики этой функции для различных диапазонов изменения индекса течения n представлены на рисунках 2 и 3.

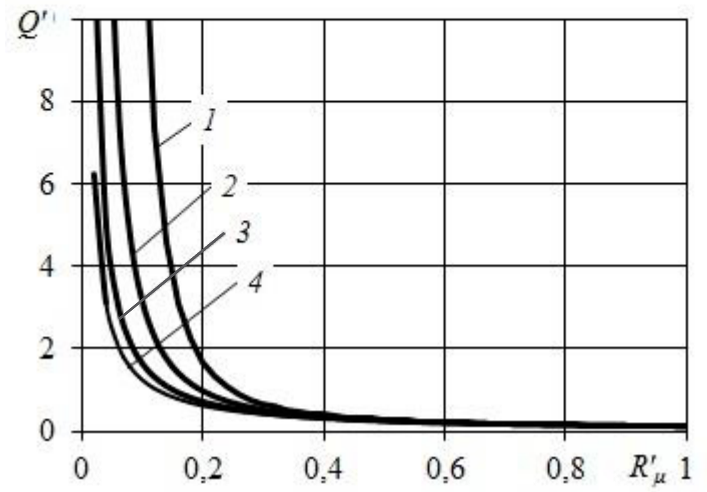

Рисунок 2 – Влияние индекса течения на зависимость безразмерного расхода жидкости через цилиндрический канал от параметра R'_μ при $n = 0{,}2$ (1); 0,5 (2); 0,8 (3); 1,0 (4)

Из анализа зависимостей на рисунке 2 можно видеть, что в случае $0 < n < 1$, как и следовало ожидать, уменьшение значения индекса течения приводит к возрастанию расхода при тех же значениях перепада давления, определяемого через параметр R'_μ. Естественно, что в предельном случае течения ньютоновской жидкости ($n = 1$) здесь будет достигаться наименьший расход.

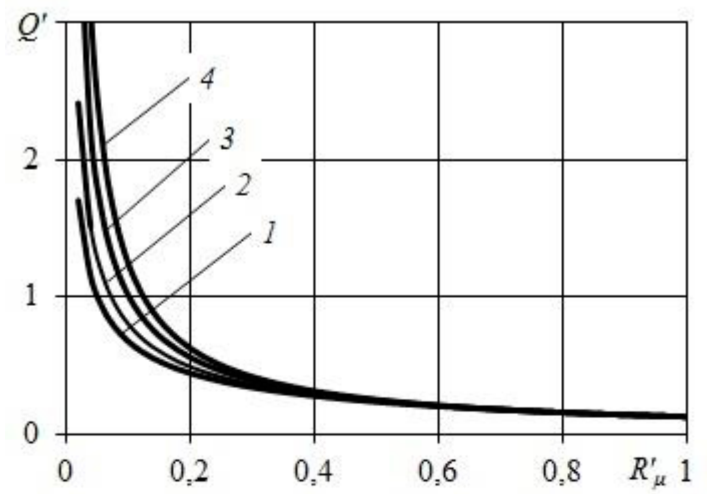

Рисунок 3 – Влияние индекса течения на зависимость безразмерного расхода жидкости через цилиндрический канал от параметра R'_μ при $n = 1{,}8$ (1); 1,5 (2); 1,2 (3); 1,0 (4)

СОДЕРЖАНИЕ

Та же тенденция сохраняется и в случае, когда $n > 1$ (см. рисунок 3). Однако здесь для предельного случая течения ньютоновской жидкости, наоборот, будет достигаться уже наибольший расход.

Представленные выше результаты могут быть использованы при разработке инженерной методики расчета параметров течения в проточных элементах технологических систем для нелинейно-вязких рабочих сред, подчиняющихся реологической модели (1), с пределом применимости ньютоновской модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Реология водных растворов полиэтиленоксида, армированных бентонитовой глиной / С.О. Ильин, Г.С. Пупченков, А.И. Крашенинников и др. // Коллоидный журнал. 2013. № 3. С. 295–302.

2. Реология линейного и разветвленного сополимеров стирола с акрилонитрилом. Общность и различия / Г.Б. Васильев, В.Е. Древаль, А.Я. Малкин, В.Г. Куличихин // Высокомолекулярные соединения. 2010. № 11. С. 1944–1959.

3. Huafeng Shao, Mengmeng Zhang, Peng Xiao, et al. Study on viscoelastic properties of epoxidized trans-1,4-polyisoprene by rubber process analyzer // Polymer science, Ser. A. 2012. Vol. 54. № 9. P. 760–766.

4. Erica E. Bischoff White, Manoj Chellamuthu, Jonathan P. Rothstein. Extensional rheology of a shear-thickening cornstarch and water suspension // Rheologica Acta. 2010. Vol. 49. Iss. 2, P. 119–129.

5. Wetzel E.D., Lee Y.S., Egres R.G., et al. The Effect of Rheological Parameters on the Ballistic Properties of Shear Thickening Fluid (STF)-Kevlar Composites // AIP Conference Proceedings. 2004. Vol. 712. Iss. 1, P. 288–293.

6. Lee Y.S., Wetzel E.D., Wagner N.J. The ballistic impact characteristics of Kevlar® woven fabrics impregnated with a colloidal shear thickening fluid // Journal of Materials Science. 2003. Vol. 38. Iss. 13, P 2825–2833.

7. Колодежнов В.Н., Об одной реологической модели вязкой жидкости // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сб. тр. международной конференции. Ч. 1 / Изд-во ВГУ. Воронеж, 2009. С. 243–245.

8. Веретенников А.С. Математическое моделирование конвективного теплопереноса неньютоновских жидкостей с учетом диссипации: автореф. дис. … канд. техн. наук. Тамбов, 2015. 20 с.

REFERENCES

1. Reologiia vodnykh rastvorov polietilenoksida, armirovannykh bentonitovoi glinoi / S.O. Il'in, G.S. Pupchenkov, A.I. Krasheninnikov i dr. // Kolloidnyi zhur-nal. 2013. № 3. S. 295–302.

2. Reologiia lineinogo i razvetvlennogo sopolimerov stirola s akrilonitri-lom. Obshchnost' i razlichiia / G.B. Vasil'ev, V.E. Dreval', A.Ia. Malkin, V.G. Kulichikhin // Vysokomolekuliarnye soedineniia. 2010. № 11. S. 1944–1959.

3. Huafeng Shao, Mengmeng Zhang, Peng Xiao, et al. Study on viscoelastic properties of epoxidized trans-1,4-polyisoprene by rubber process analyzer // Polymer science, Ser. A. 2012. Vol. 54. № 9. P. 760–766.

4. Erica E. Bischoff White, Manoj Chellamuthu, Jonathan P. Rothstein. Extensional rheology of a shear-thickening cornstarch and water suspension // Rheologica Acta. 2010. Vol. 49. Iss. 2, P. 119–129.

СОДЕРЖАНИЕ

5. Wetzel E.D., Lee Y.S., Egres R.G., et al. The Effect of Rheological Parameters on the Ballistic Properties of Shear Thickening Fluid (STF)-Kevlar Composites // AIP Conference Proceedings. 2004. Vol. 712. Iss. 1, P. 288–293.

6. Lee Y.S., Wetzel E.D., Wagner N.J. The ballistic impact characteristics of Kevlar® woven fabrics impregnated with a colloidal shear thickening fluid // Journal of Materials Science. 2003. Vol. 38. Iss. 13, P 2825–2833.

7. Kolodezhnov V.N., Ob odnoi reologicheskoi modeli viazkoi zhidkosti // Aktu-al'nye problemy prikladnoi matematiki, informatiki i mekhaniki: sb. tr. mezhduna-rodnoi konferentsii. Ch. 1 / Izd - vo VGU. Voronezh, 2009. S. 243–245.

8. Veretennikov A.S. Matematicheskoe modelirovanie konvektivnogo teplope-renosa nen'iutonovskikh zhidkostei s uchetom dissipatsii: avtoref. dis. … kand. tekhn. nauk. Tambov, 2015. 20 s.

«Воздушно-космические силы. Теория и практика». Материал поступил в редколлегию 19.05.2017 г.

Колодежнов Владимир Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор 208 кафедры общепрофессиональных дисциплин, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Веретенников Александр Сергеевич, кандидат технических наук, преподаватель 208 кафедры общепрофессиональных дисциплин, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru